



Manuel utilisateur – Partie C.7 – Notice technique du module TASPLAQ

Date	Révision	Etabli par	Commentaires
15/12/2006	Ind A	F. Cuira	Première émission
14/06/2011	Ind B	F. Cuira	Maj 3.0
19/05/2015	Ind C	F. Cuira	Maj 3.2
09/09/2022	Ind D	F. Cuira	Maj 4.1

Table des matières

1.	Préambule	4
2.	Aspects théoriques	5
2.1.	Notions préliminaires.....	5
2.1.1.	Mise en équation de l'équilibre d'une plaque élastique	5
2.1.2.	Tassement d'un terrain multicouche élastique.....	6
2.2.	Formulation du modèle TASPLAQ.....	8
2.2.1.	Principe général	8
2.2.2.	Discrétisation de la plaque en éléments finis.....	8
2.2.3.	Discrétisation de la réaction du terrain support	9
2.2.4.	Matrice de souplesse du terrain support	10
2.2.5.	Couplage et résolution	11
2.2.6.	Décollement et plastification à l'interface sol/plaque	12
2.2.7.	Ressorts additionnels.....	12
2.3.	Traitement de certains cas particuliers	13
2.3.1.	Prise en compte d'un multicouche non horizontal	13
2.3.2.	Plaque de cote d'assise variable	13
2.3.3.	Charges extérieures sur le sol.....	13
2.3.4.	Cas d'une fondation édifiée au fond d'une excavation.....	14
2.3.5.	Mouvement libre du sol	15
2.3.6.	Bilan	15
2.4.	Cas particulier d'un calcul 2D.....	15
2.4.1.	Axisymétrie (symétrie par rapport à un axe).....	15
2.4.2.	Déformations planes (modèle plan).....	16
3.	Mise en œuvre pratique.....	17
3.1.	Modélisation	17
3.1.1.	Plaque	17
3.1.2.	Massif de sol	18
3.1.3.	Chargement	21
3.1.4.	Appuis élastiques additionnels.....	22
3.1.5.	Maillage	23
3.2.	Exploitation des résultats	24
3.2.1.	Tassement et flèche.....	24
3.2.2.	Distorsion angulaire.....	24
3.2.3.	Réaction du sol	25

3.2.4.	Moments fléchissants et efforts tranchants.....	26
3.2.5.	Coefficient de réaction équivalent	27
3.2.6.	Accès aux contraintes et aux tassements en profondeur	28
3.3.	Domaines d'application	29
3.3.1.	Radier sous chargement concentré.....	29
3.3.2.	Radier sous chargement linéique	29
3.3.3.	Radier d'une centrale nucléaire	30
3.3.4.	Deux bassins circulaires en interaction	30
3.3.5.	Dallage avec différents systèmes de joints	31
3.3.6.	Fondation annulaire sous chargement excentré.....	31
3.3.7.	Radier (ou dallage) sur pieux.....	32
3.3.8.	Dalle sur appuis rigides ou élastiques	32
3.3.9.	Dallage ou radier sur inclusions rigides	33
3.4.	Options avancées.....	33
3.4.1.	Passerelle avec TASSELDO	33
3.4.2.	Résolution approchée.....	34
3.4.3.	Matrice de souplesse définie par l'utilisateur	34
3.5.	Dossier de validation.....	35
4.	Bibliographie.....	36
	Annexe 1 – Dossier de validation	37
	Annexe 2 – Article RFG 2008 N°128.....	38

1. Préambule

Le module TASPLAQ permet de modéliser en trois dimensions, de manière simplifiée, le cas d'un radier ou d'un dallage de géométrie quelconques reposant sur un terrain de comportement élastique. Le principe de calcul repose sur un modèle « hybride » (Cuiru et Simon, 2008), en ce sens qu'il combine une solution numérique pour le radier (ou le dallage) avec une solution analytique pour le terrain support. Dans le cadre de ce modèle, le radier (ou le dallage) est modélisé par des éléments finis de plaque de comportement élastique linéaire, de géométrie et d'inertie variables et soumis à l'application d'un chargement hétérogène : surfacique, linéique ou ponctuel. Le terrain est quant à lui assimilé à un massif multicouche élastique dont la réponse est traitée analytiquement par une forme généralisée du modèle de Boussinesq (Terzaghi, 1943).

La mise en œuvre du modèle permet d'accéder à la distribution des tassements, réactions du sol et sollicitations internes (moments fléchissants et efforts tranchants) dans le radier ou le dallage.

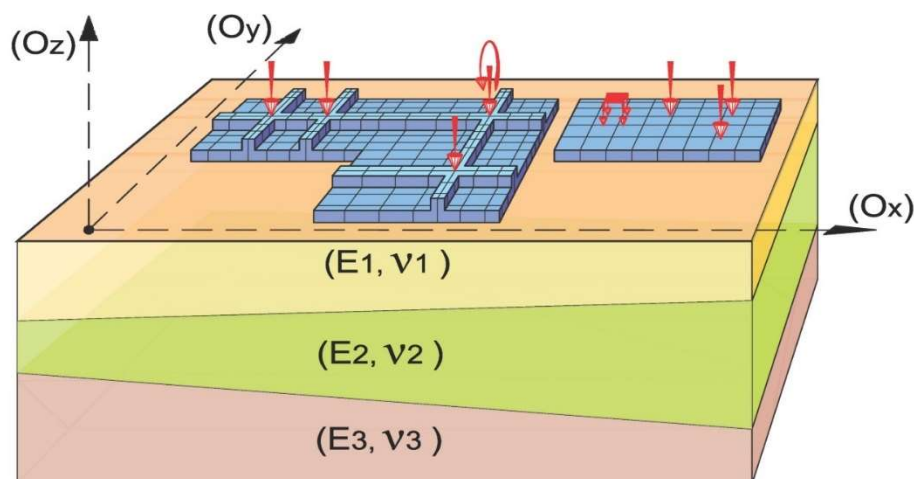


Figure 1 : Traitement d'un ou plusieurs radiers en interaction à l'aide d'un modèle TASPLAQ

TASPLAQ offre également la possibilité de :

- Modéliser plusieurs radiers (ou dallages) en interaction (via le terrain support) ;
- Modéliser le cas d'un terrain multicouche non-horizontale ;
- Prendre en compte les non-linéarités liées aux mécanismes de décollement et de plastification à l'interface sol/fondation ;
- Mener des calculs structuraux de type « dalle sur appuis élastiques » (ponctuels, linéiques ou surfaciques).

2. Aspects théoriques

2.1. Notions préliminaires

2.1.1. Mise en équation de l'équilibre d'une plaque élastique

On considère le cas d'une plaque de section homogène isotrope, de comportement élastique linéaire. On se limite au cas des plaques travaillant en flexion pure, et dont l'épaisseur est faible devant les autres dimensions, ce qui permet d'adopter la théorie classique des plaques minces et plus exactement « le modèle discret de Kirchhoff », où seules les déformations dues à la flexion sont prises en compte : la contribution des déformations de cisaillement est donc négligée.

Dans le cadre de ce modèle, deux systèmes d'équations régissent le comportement et l'équilibre de la plaque :

$$\begin{aligned} \text{– Equations d'équilibre} \quad & \begin{cases} T_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = 0 \\ T_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = 0 \\ q + \frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{– Loi de comportement} \quad & \begin{cases} M_x = \frac{EI}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y = \frac{EI}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} = \frac{2EI}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial xy} \right) \end{cases} \quad (2) \end{aligned}$$

Avec (voir Figure 2) :

- T_x, T_y efforts tranchants
- M_x, M_y, M_{xy} moments fléchissants
- q densité de chargement extérieur
- EI, ν produit d'inertie et coefficient de Poisson

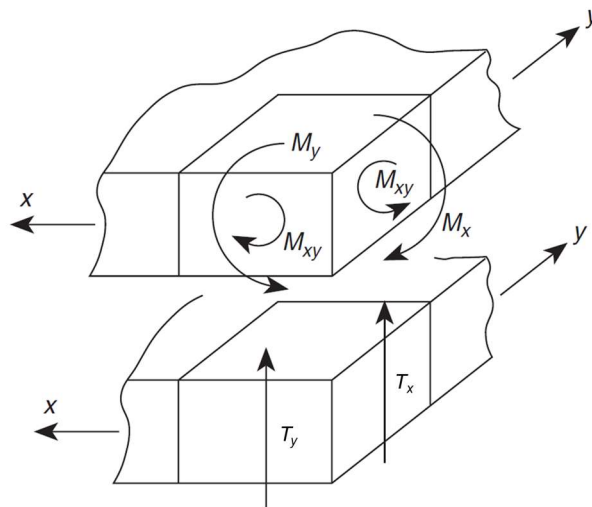


Figure 2 : Conventions de signe pour les efforts internes

La combinaison des équations d'équilibre (1) et des lois de comportement (2) conduit ainsi à l'équation suivante, dite de Lagrange :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) \frac{1 - \nu^2}{EI} \quad (3)$$

2.1.2. Tassement d'un terrain multicouche élastique

Le tassement d'un terrain de comportement élastique peut être appréhendé analytiquement à partir de la solution de Boussinesq (1885). L'exploitation de cette solution permet d'établir le tassement d'un massif élastique homogène, caractérisé par un module de Young E et un coefficient de Poisson ν , pour différentes configurations élémentaires (Figure 3).

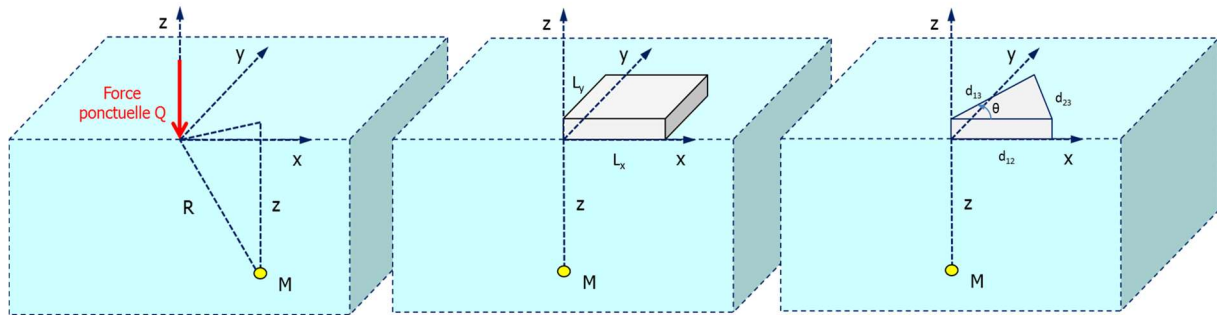


Figure 3 : Conditions de chargement couvertes par les solutions analytiques utilisées

On adopte les notations de la Figure 3. L'exploitation du modèle de Boussinesq conduit aux expressions analytiques suivantes :

- **Tassement sous l'effet d'une charge ponctuelle Q :**

$$s_{\text{ref}}(z, E, \nu) = \frac{(1 + \nu)Q}{2\pi E} \left(\frac{z^2}{R^3} + \frac{2(1 - \nu)}{R} \right) \quad \text{avec} \quad R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (4)$$

- **Tassement sous le coin d'une charge rectangulaire de densité q :**

$$s_{\text{ref}}(z, E, \nu) = \frac{(1 + \nu)q}{2\pi E} \left[2(1 - \nu)z \operatorname{atan} \left(\frac{L_x L_y}{z R_{xy}} \right) + (1 - 2\nu) \frac{z L_x L_y}{R_{xy}} \left(\frac{1}{R_x^2} + \frac{1}{R_y^2} \right) \right] \quad (5)$$

avec z , L_x et L_y sont telles que données sur la Figure 3 et :

$$R_x = \sqrt{L_x^2 + z^2} \quad R_y = \sqrt{L_y^2 + z^2} \quad R_{xy} = \sqrt{L_x^2 + L_y^2 + z^2}$$

- **Tassement sous le coin d'une charge triangulaire de densité q :**

$$s_{\text{ref}}(z, E, \nu) = \frac{(1 + \nu)q}{2\pi E} \left[2(1 - \nu) \frac{d_{13} d_{12} \sin \theta}{d_{23}} T_1 + (1 - 2\nu) z T_2 \right] \quad (6)$$

avec d_{12} , d_{13} , d_{23} et θ sont telles que données sur la Figure 3 et :

$$\begin{cases} T_1 = \ln \left[\frac{(d_{23} R_3 + d_{13}^2 - d_{13} d_{12} \cos \theta)(d_{23} R_2 + d_{12}^2 - d_{12} d_{13} \cos \theta)}{d_{23}^2 z^2 + d_{12}^2 d_{13}^2 \sin^2 \theta} \right] \\ T_2 = \operatorname{atan} \left[\frac{z(d_{13} \cos \theta - d_{12})}{d_{13} R_2 \sin \theta} \right] + \operatorname{atan} \left[\frac{z(d_{12} \cos \theta - d_{13})}{d_{12} R_3 \sin \theta} \right] - \theta \end{cases}$$

A partir des solutions élémentaires (5) ou (6), l'exploitation du principe de superposition permet d'établir le tassement en n'importe quel point de la surface sous l'effet d'un groupe de charges rectangulaires ou triangulaires (Figure 4).

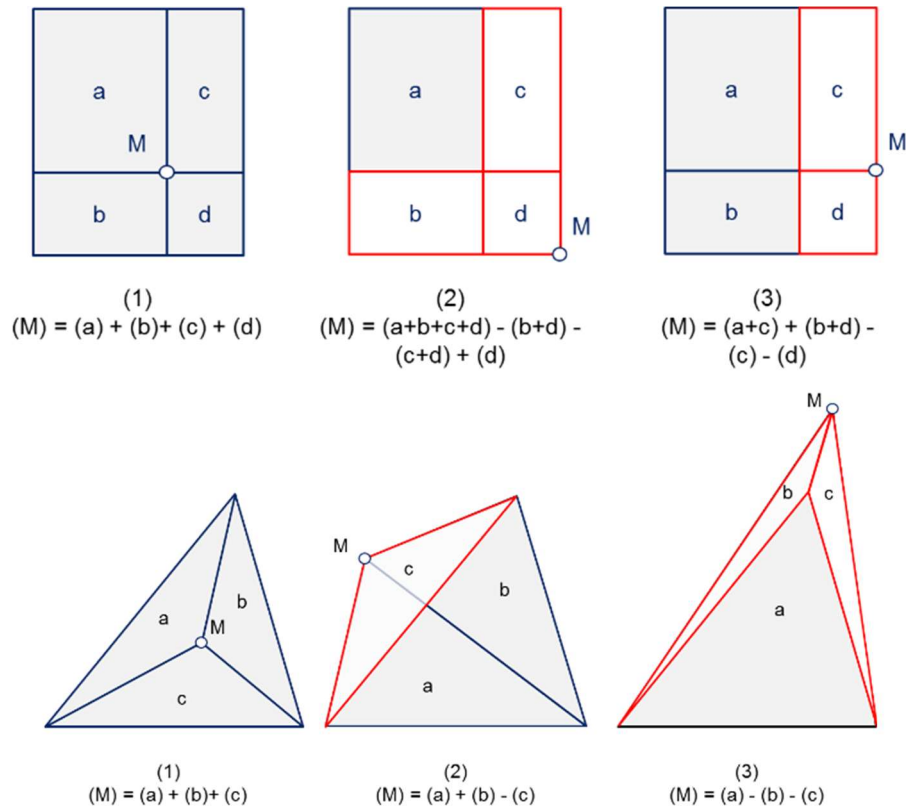


Figure 4 : Principe de superposition pour calculer le tassement en tout point de la surface

Enfin, le cas d'un terrain multicouche peut ensuite être traité à l'aide de l'approche simplifiée de Steinbrenner (Terzaghi, 1943) :

$$s \approx \sum_{i=1}^N [s_{\text{ref}}(z_i, E_i, \nu_i) - s_{\text{ref}}(z_{i+1}, E_i, \nu_i)] \quad (7)$$

avec (voir Figure 5) :

- N nombre de couches
- s_{ref} tassement selon la solution Boussinesq donnée par les équations (4), (5) ou (6)
- E_i, ν_i module de Young et coefficient de Poisson de la couche « i »
- z_i profondeur du toit de la couche « i »

La solution de Boussinesq ayant été établie à l'origine pour le cas d'un massif élastique homogène isotrope, son extension au cas d'un multicouche par l'intermédiaire de l'approche de Steinbrenner (équation 7) suppose implicitement que les contraintes se propagent de la même façon dans le cas multicouche que dans le cas d'un terrain homogène. Cette simplification a été discutée d'une manière approfondie par Burland (1977) qui a conclu qu'elle était effectivement acceptable pour la majorité des situations courantes rencontrées par l'ingénieur. Une exception notable demeure le cas d'une couche très raide surmontant une couche plus déformable, où l'application de la solution de Boussinesq conduit à une estimation par excès des contraintes et des déplacements (ce qui demeure néanmoins du côté de la sécurité).

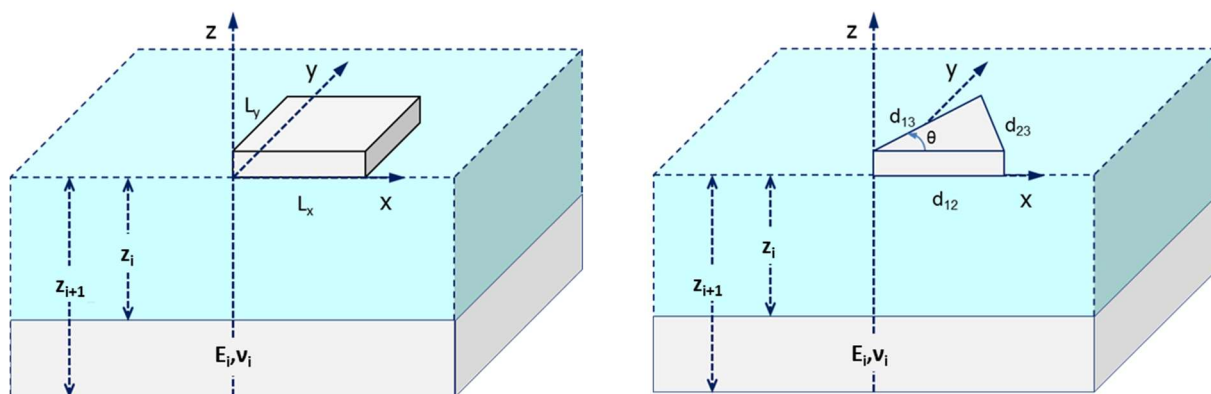


Figure 5 : Conventions pour le traitement d'un terrain multicouche

2.2. Formulation du modèle TASPLAQ

2.2.1. Principe général

Le modèle TASPLAQ est basé sur un couplage entre deux approches (modèle hybride) :

- une approche numérique (discrétisation en éléments finis rectangulaires ou triangulaires) pour la plaque représentative du radier ou du dallage ;
- une approche analytique (§2.1.2) dérivée du modèle de Boussinesq pour le terrain support, assimilé à un massif multicouche élastique.

Le principe du modèle est schématisé par la figure suivante.

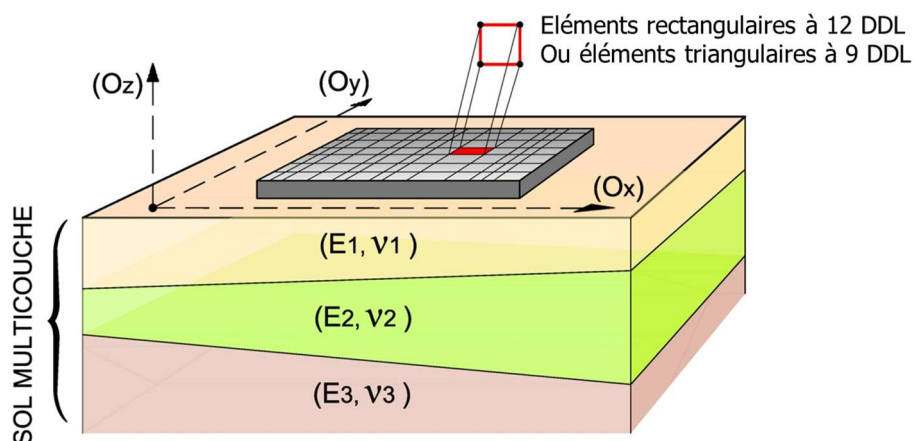


Figure 6 : Principe du modèle TASPLAQ (Cuira et Simon, 2008)

2.2.2. Discrétisation de la plaque en éléments finis

La résolution de l'équation (3) peut être menée en discrétisant la plaque en éléments finis. Deux types d'éléments sont utilisés dans TASPLAQ (Zienkiewicz, 1991) :

- Des éléments rectangulaires à 4 nœuds et 12 degrés de liberté (interpolation cubique) ;
- Des éléments triangulaires à 3 nœuds et 9 degrés de liberté (interpolation quadratique).

Chaque nœud possède ainsi trois degrés de liberté : un déplacement (flèche verticale) et deux rotations. Ces rotations ne sont autres que les premières dérivées partielles de la flèche (approximation de Kirchhoff).

Dans le cadre de cette discrétisation, l'équilibre élastique de la plaque peut être exprimé sous la forme d'un système matriciel équivalent de taille $3n \times 3n$:

$$\mathbf{K}^e \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{F}^{\text{ext}} - \mathbf{R}^s \quad (8)$$

Avec :

- \mathbf{K}^e matrice de rigidité de la plaque, $3n \times 3n$
- \mathbf{a}^e vecteur déplacement équivalent (déplacements et rotations aux nœuds), $3n \times 1$
- \mathbf{F}^{ext} vecteur chargement équivalent correspondant aux forces extérieures, $3n \times 1$
- \mathbf{R}^s vecteur chargement équivalent correspondant à la réaction du terrain, $3n \times 1$
- n nombre total de nœuds.

La matrice de rigidité \mathbf{K}^e est obtenue par assemblage des matrices de rigidité élémentaires. Le vecteur déplacement \mathbf{a}^e constitue l'inconnue statique du problème à résoudre. Le terme \mathbf{F}^{ext} est une donnée du problème, tandis que \mathbf{R}^s est une variable intermédiaire dépendant de la souplesse du terrain support que l'on peut relier au tassement du terrain et donc au déplacement de la plaque (voir §2.2.4).

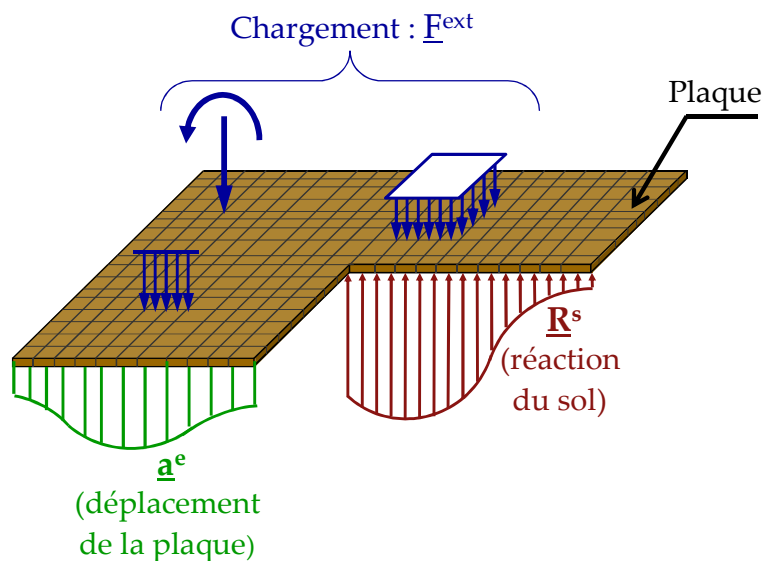


Figure 7 : Equilibre statique d'une plaque en interaction avec le sol

2.2.3. Discrétisation de la réaction du terrain support

On se place dans l'hypothèse d'un contact sans frottement. L'interaction entre la plaque et le sol est exclusivement régie par un champ de pressions verticales. Ces pressions d'interaction, dénommées par la suite « réaction du sol », sont ainsi discrétisées selon le maillage de la plaque conformément aux principes de la Figure 8 :

- Pour un maillage rectangulaire, la réaction du sol est uniforme autour de chaque nœud ;
- Pour un maillage triangulaire, la réaction du sol est uniforme par élément.

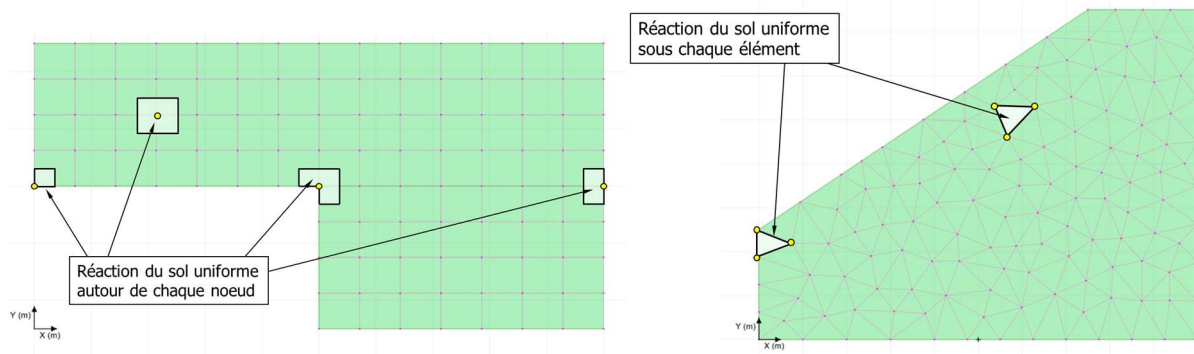


Figure 8 : Discretisation de la réaction du sol pour un maillage rectangulaire (à gauche) et pour un maillage triangulaire (à droite)

A partir de la formulation éléments finis de la plaque, on constitue une matrice de passage statique permettant d'exprimer le vecteur \mathbf{R}^s (équation 8) en fonction des pressions d'interaction associées à chaque nœud (pour un maillage rectangulaire) ou à chaque élément (pour un maillage triangulaire). Soit :

$$\mathbf{R}^s = \mathbf{M}^s \cdot \mathbf{p} \quad (9)$$

Où :

- \mathbf{p} vecteur constitué des pressions d'interaction, de dimensions $n \times 1$ (resp. $m \times 1$) pour un maillage rectangulaire (resp. pour un maillage triangulaire) ;
- \mathbf{M}^s matrice de passage de dimensions $3n \times n$ (resp. $3n \times m$) pour un maillage rectangulaire (resp. pour un maillage triangulaire) ;
- n nombre total de nœuds ;
- m nombre total d'éléments.

2.2.4. Matrice de souplesse du terrain support

A partir de la discrétisation des pressions d'interaction, il devient possible de définir la notion de matrice de souplesse du terrain, permettant de relier linéairement les pressions d'interaction aux tassements qui en résultent en chaque nœud (maillage rectangulaire) ou au centre de chaque élément (maillage triangulaire) :

$$\mathbf{s} = \mathbf{T}^s \cdot \mathbf{p} \quad (10)$$

Où :

- \mathbf{T}^s est la matrice de souplesse du terrain (associée au maillage défini pour la plaque), de dimensions $n \times n$ pour un maillage rectangulaire et $m \times m$ pour un maillage triangulaire ;
- \mathbf{s} est un vecteur constitué des tassements du terrain, de dimensions $n \times 1$ pour un maillage rectangulaire (tassements exprimés aux nœuds) et $m \times 1$ pour un maillage triangulaire (tassements exprimés aux centres de gravité de chaque élément).

Par construction, le coefficient α_{ij} de la matrice \mathbf{T}^s est établi analytiquement comme le tassement induit au nœud « i » (ou à l'élément « i » si maillage triangulaire) par une pression d'interaction unitaire appliquée autour du nœud « j » (ou sur l'élément « j » si maillage triangulaire). Le calcul de α_{ij} est mené par application des solutions analytiques présentées en §2.1.2.

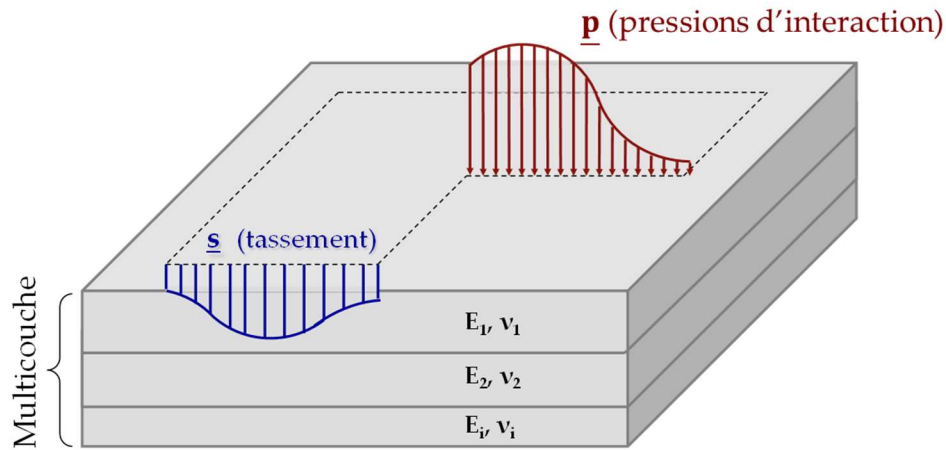


Figure 9 : Bilan des pressions et tassements à l'interface sol/plaque

2.2.5. Couplage et résolution

La combinaison des équations (8), (9) et (10) permet d'aboutir à l'équation suivante :

$$\mathbf{K}^e \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{F}^{\text{ext}} - \mathbf{M}^s \cdot (\mathbf{T}^s)^{-1} \cdot \mathbf{s} \quad (11)$$

En l'absence de décollement (voir §2.2.6), le tassement du sol en chaque point est égal à flèche verticale de la plaque. Cela permet d'établir une relation linéaire entre \mathbf{a}^e et \mathbf{s} par l'intermédiaire d'une matrice de passage cinématique notée \mathbf{G} (de dimensions $n \times 3n$ pour un maillage rectangulaire et $m \times 3n$ pour un maillage triangulaire) :

$$\mathbf{s} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{a}^e \quad (12)$$

La combinaison de (11) et (12) permet d'établir la formulation globale du système « sol + plaque » :

$$\mathbf{K}^g \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{F}^g \quad (13)$$

Avec \mathbf{K}^g la matrice de rigidité du système :

$$\mathbf{K}^g = \mathbf{K}^e + \mathbf{M}^s \cdot (\mathbf{T}^s)^{-1} \cdot \mathbf{G} \quad (14)$$

et \mathbf{F}^g le vecteur de chargement du système :

$$\mathbf{F}^g = \mathbf{F}^{\text{ext}} \quad (15)$$

La résolution de ce système, de dimensions $3n \times 3n$, permet d'établir :

- Le champ de déplacement de la plaque en tout point \mathbf{a}^e
- Le tassement du sol en tout point $\mathbf{s} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{a}^e$
- La réaction du sol en tout point $\mathbf{p} = (\mathbf{T}^s)^{-1} \cdot \mathbf{s}$
- Les sollicitations internes dans la plaque par dérivation du champ de déplacement selon l'équation (2).

2.2.6. Décollement et plastification à l'interface sol/plaque

L'application de la formulation présentée en §2.2.5 suppose que la plaque demeure parfaitement collée au sol. Le sol ne pouvant générer des efforts de traction, l'obtention de réactions négatives nécessite de considérer les zones correspondantes comme "décollées" (Figure 10). Ainsi au droit desdites zones :

- la flèche de la plaque n'est plus égale au tassement du sol ;
- la réaction du sol est nulle.

Un retraitement (itératif) adapté de la matrice de souplesse \mathbf{T}^s et de la matrice de passage cinématique \mathbf{G} permet de tenir compte de ces nouvelles conditions.

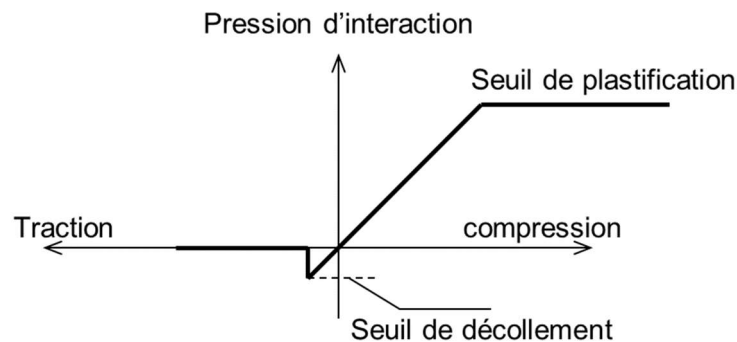


Figure 10 : Décollement et plastification à l'interface sol/plaque

De la même manière, il est également possible d'adapter la formulation du modèle pour simuler un plafonnement « plastique » de la réaction du terrain l'interface (voir Figure 10). Au droit des zones plastiques, on a :

- le tassement du sol est supposé toujours égal à la flèche verticale de la plaque;
- la réaction du sol est imposée égale au seuil de plasticité.

Un retraitement (itératif) adapté de la matrice de souplesse \mathbf{T}^s et du vecteur chargement du système \mathbf{F}^g permet de tenir compte de ces nouvelles conditions.

2.2.7. Ressorts additionnels

TASPLAQ permet prendre en compte des ressorts additionnels sous la plaque, en translation ou en rotation, ponctuelles, linéiques ou surfaciques. Cela permet également de mener alternativement des calculs de type « plaque sur ressorts élastiques » (auquel cas, le massif de sol n'est pas modélisé). La matrice de rigidité du système (équation 14) est alors constituée comme suit :

$$\mathbf{K}^g = \mathbf{K}^e + \mathbf{K}^{rs} + \mathbf{M}^s. (\mathbf{T}^s)^{-1}. \mathbf{G}$$

Où \mathbf{K}^{rs} est une matrice de rigidité équivalente intégrant l'ensemble des ressorts élastiques en contact avec la plaque.

A noter que TASPLAQ permet de gérer automatiquement le décollement et la plastification des ressorts surfaciques moyennant un seuil de décollement (pris par défaut égal à 0) et de plastification. Ainsi, au droit d'un ressort « décollé », la réaction de celui-ci est nulle. Au droit d'un ressort « plastifié », sa réaction est imposée égale au seuil de plastification. Un retraitement

(itératif) adapté de la matrice de rigidité \mathbf{K}^{fs} et du vecteur chargement du système \mathbf{F}^g permet de tenir compte de ces nouvelles conditions.

2.3. Traitement de certains cas particuliers

2.3.1. Prise en compte d'un multicouche non horizontal

Par définition, le coefficient de souplesse α_{ij} (§2.2.4) est défini comme le tassement induit au nœud « i » (ou à l'élément « i » si maillage triangulaire) par une pression unitaire appliquée autour du nœud « j » (ou sur l'élément « j » si maillage triangulaire). Ainsi, en présence d'un multicouche non horizontal, le calcul de α_{ij} est mené en considérant le profil stratigraphique rencontré au droit du nœud « i » (ou au droit du centre de l'élément « i » si maillage triangulaire).

La figure suivante illustre le principe de calcul appliqué dans le modèle.

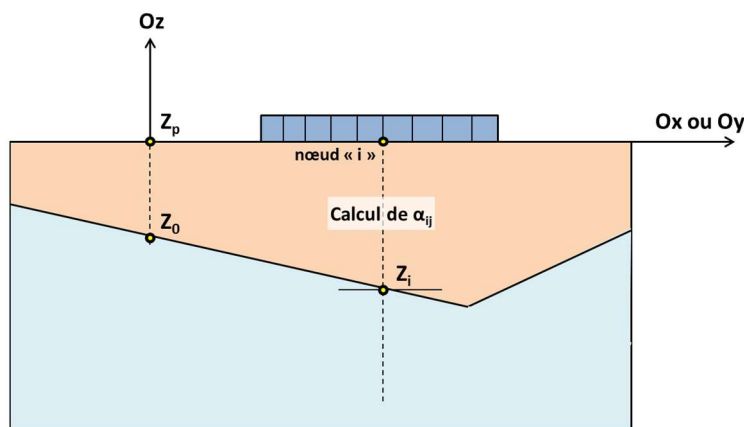


Figure 11 : Adaptation du calcul des coefficients de souplesse au cas d'une stratigraphie variable

2.3.2. Plaque de cote d'assise variable

Le cas d'une plaque de cote variable est traité en considérant, pour le calcul du coefficient de souplesse α_{ij} , une pression unitaire appliquée à la cote du nœud « j » (ou à la cote de l'élément « j » si maillage triangulaire).

2.3.3. Charges extérieures sur le sol

Ces charges peuvent être représentatives d'un remblai ou d'une fondation souple située à proximité de la plaque (Figure 12). La prise en compte de ces surcharges est traité en écrivant que le tassement de chaque nœud (ou de chaque élément) résulte du cumul des effets :

- des pressions exercées par la plaque ;
- des surcharges extérieures.

Cela est pris en compte en adaptant l'équation (10) comme suit :

$$\mathbf{s} = \mathbf{T}^s \cdot \mathbf{p} + \mathbf{s}^{\text{ext}} \quad (16)$$

Où \mathbf{s}^{ext} est le vecteur « tassement extérieur » ($n \times 1$ ou $m \times 1$) constitué des tassements produits aux nœuds (si maillage rectangulaire) ou aux éléments (si maillage triangulaire) sous le seul

effet des surcharges extérieures. Ces tassements sont calculés à l'aide des mêmes relations analytiques que celles décrites en §2.1.2.

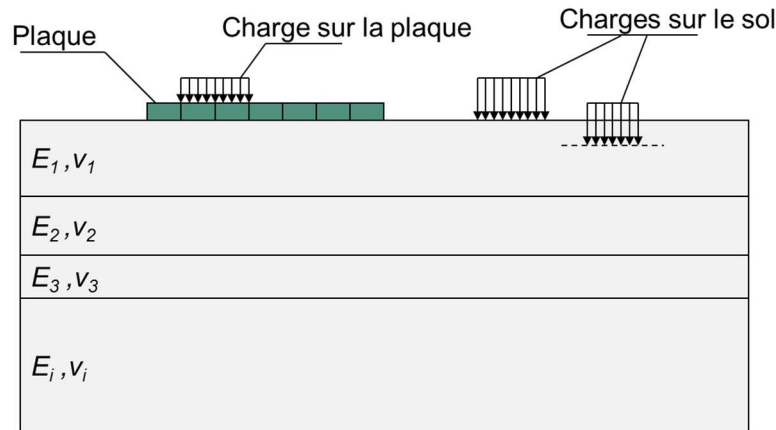


Figure 12 : Prise en compte de surcharges s'appliquant directement sur le sol

2.3.4. Cas d'une fondation édifée au fond d'une excavation

Le cas d'une fondation édifée au fond d'une excavation peut conduire à distinguer les tassements de recompression de ceux de compression vierge selon le principe de la Figure 13.

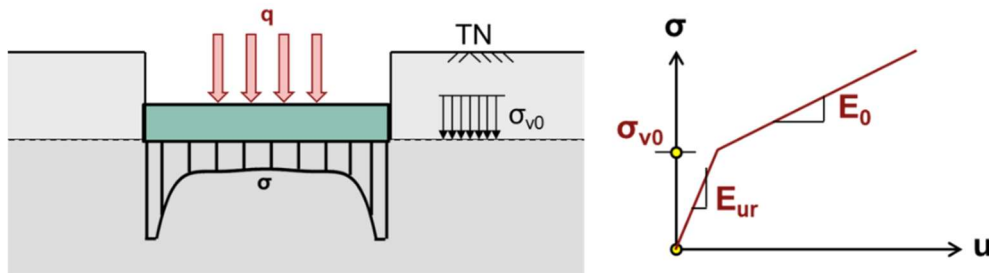


Figure 13 : Traitement d'un radier fondé au fond d'une excavation

Ainsi, pour les zones où la contrainte exercée par la plaque σ est inférieure au poids des terres σ_{v0} , les tassements sont calculés avec un module de rechargement E_{ur} pris égal à $k \times E_0$ où E_0 est le module de déformation vierge. Cette distinction requiert un retraitement de l'équation (16) comme suit :

$$\mathbf{s} = \mathbf{T}^s.(\mathbf{p} - \mathbf{p}^0) + \mathbf{s}^{ext} \quad (17)$$

Où \mathbf{p}^0 est un vecteur de « contrainte initiale » dont la composante au droit du point « i » est ajustée itérativement selon la relation suivante :

$$p_i^0 = \left(1 - \frac{1}{k}\right) \min(\sigma_i^0, p_i) \quad \text{pour } i = 1 \dots n \text{ (ou } m)$$

Où, au droit du point « i » :

- σ_i^0 poids des terres excavées ;
- p_i^0 contrainte initiale équivalente (composante « i » de \mathbf{p}^0) ;
- p_i pression exercée par la plaque.

2.3.5. Mouvement libre du sol

TASPLAQ permet de traiter le cas d'un mouvement libre du terrain (pouvant être représentatif d'un mécanisme de gonflement ou de fluage etc.). Ce mouvement libre peut être introduit sous la forme d'un champ de déplacement $g(x,y)$ défini point par point. Ce déplacement est pris en compte en adaptant la relation (17) comme suit :

$$\mathbf{s} = \mathbf{T}^s \cdot (\mathbf{p} - \mathbf{p}^0) + \mathbf{s}^{\text{ext}} + \mathbf{g} \quad (18)$$

Où \mathbf{g} désigne le vecteur déplacement équivalent au mouvement libre du terrain.

2.3.6. Bilan

La prise en compte des équations (16), (17) ou (18) requiert une adaptation du vecteur de chargement du système \mathbf{F}^g (§2.2.5) :

$$\mathbf{F}^g = \mathbf{F}^{\text{ext}} + \mathbf{M}^s \cdot \mathbf{p}^0 - \mathbf{M}^s \cdot (\mathbf{T}^s)^{-1} \cdot [\mathbf{s}^{\text{ext}} + \mathbf{g}] \quad (19)$$

Après résolution du système global, la réaction du sol s'obtient alors à l'aide la relation :

$$\mathbf{p} = (\mathbf{T}^s)^{-1} \cdot [\mathbf{s} - \mathbf{s}^{\text{ext}} - \mathbf{g}] + \mathbf{p}^0 \quad (20)$$

2.4. Cas particulier d'un calcul 2D

2.4.1. Axisymétrie (symétrie par rapport à un axe)

Cette condition de symétrie convient au cas d'un radier ou d'un dallage circulaire soumis à un chargement axisymétrique. La prise en compte de cette condition nécessite d'adopter des modèles appropriés.

En coordonnées cylindriques, l'équilibre de la plaque est régi par l'équation suivante :

$$\frac{d^4 w}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 w}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{dw}{dr} = q(r) \frac{(1 - \nu^2)}{EI} \quad (21)$$

La résolution de cette équation peut être menée à l'aide d'une discrétisation en éléments "annulaires" à 2 nœuds et 4 degrés de liberté comme le montre la figure suivante. Tout chargement extérieur est également de caractère axisymétrique : charges surfaciques uniformes annulaires comprises entre deux rayons donnés et charges linéiques annulaires à un rayon donné.

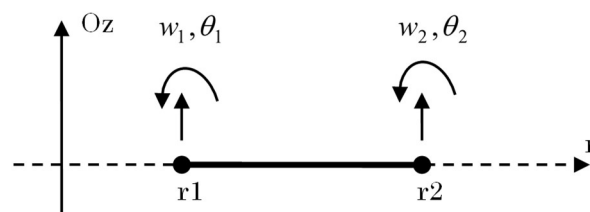


Figure 14 : Eléments de plaques annulaires à 2 nœuds et 4 degrés de liberté

Dans le cas où le sol support est introduit comme un massif multicouche élastique, on procède par intégration numérique directe des formules de Boussinesq (Pliskin, 1999) pour l'évaluation des coefficients d'influence et la constitution de la matrice de souplesse du sol.

La mise en équation et le principe de résolution sont identiques à ce qui a été présenté pour le cas général 3D (§2.2). La taille du système à résoudre est $2n \times 2n$, si l'on note n le nombre total de nœuds.

La résolution du problème permet d'obtenir les résultats suivants :

- la flèche et le tassement exprimés en fonction de r (distance à partir de l'axe de symétrie) ;
- la réaction du sol en fonction de r (définie par morceaux annulaires) ;
- les efforts internes dans la plaque : moment radial M_r , moment tangentiel M_t et effort tranchant T_r .

Notons que le caractère « unidimensionnel » des efforts internes rend aisée leur évaluation directement par intégration des charges et réactions appliquées sur la plaque (ce qui limite l'influence de la précision liée à la densité du maillage).

2.4.2. Déformations planes (modèle plan)

Ce cadre de travail convient aux situations où la flexion de la plaque peut être négligée dans une direction. Cela nécessite d'adopter des modèles appropriés.

En déformations planes, l'équilibre de la plaque est régi par l'équation suivante :

$$\frac{d^4 w}{dx^4} = q(x) \frac{(1 - \nu^2)}{EI} \quad (22)$$

La plaque est supposée infinie dans la direction (Oy). Son comportement peut être caractérisé par les lois relatives à la théorie des poutres minces. On introduit pour cela une discrétisation en éléments de poutre à 2 nœuds et 4 degrés de liberté. Tout chargement extérieur est également de caractère "infini" dans la direction (Oy) : charges surfaciques uniformes comprises entre deux abscisses données et charges linéiques à une abscisse donnée.

Pour le sol support, dans le cas où celui-ci est introduit comme un multicouche élastique, on adapte l'expression donnée par l'équation (5) en faisant tendre L_y vers l'infini. Cela conduit à l'expression suivante pour le tassement sous le bord d'une charge surfacique de largeur L_x :

$$s_{ref}(z, E, \nu) = \frac{q(1 + \nu)L_x}{\pi E} \left[(1 - \nu) \ln \left(1 + \frac{z^2}{L_x^2} \right) + (1 - 2\nu) \frac{z}{L_x} \arctan \left(\frac{L_x}{z} \right) \right] \quad (23)$$

La mise en équation et le principe de résolution sont identiques à ce qui a été présenté pour le cas général 3D (§2.2). La taille du système à résoudre est $2n \times 2n$, si l'on note n le nombre de nœuds.

Ce calcul permet d'obtenir la flèche, le tassement et la réaction du sol en tout point, ainsi que les efforts internes dans la plaque : un effort tranchant T_x et un moment fléchissant M_x .

Notons que le caractère unidimensionnel des efforts internes rend aisée leur évaluation directement par intégration des charges et réactions appliquées sur la plaque (ce qui limite l'influence de la précision liée à la densité du maillage).

3. Mise en œuvre pratique

3.1. Modélisation

3.1.1. Plaque

3.1.1.1. Principe général

TASPLAQ permet de modéliser une ou plusieurs plaques de forme quelconques, en interaction via le terrain support. Chaque plaque, représentative d'un radier ou d'un dallage, est caractérisée par un produit d'inertie EI , un coefficient de Poisson ν et une cote d'assise Z_{base} . La valeur de EI est prise égale à $Eh^3/12$ où E est le module de Young du matériau constitutif de la plaque et h son épaisseur.

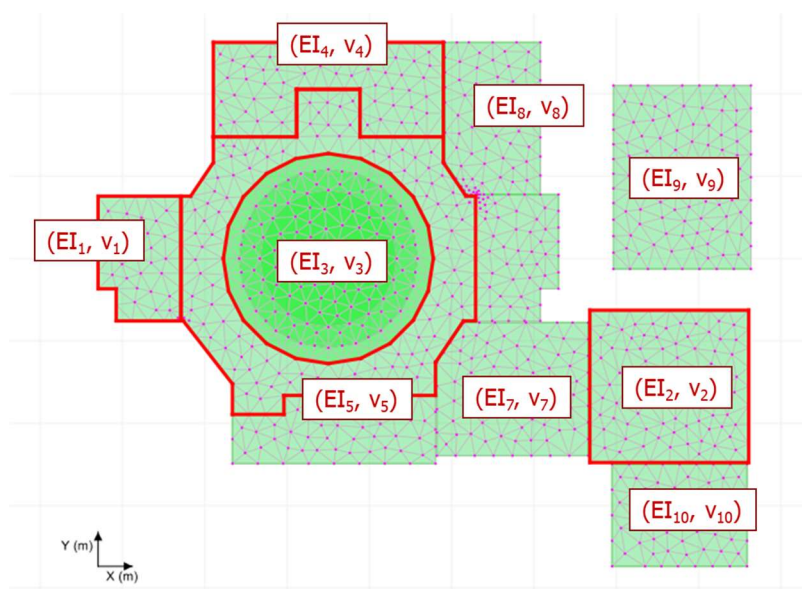


Figure 15 : Aperçu d'un modèle TASPLAQ comportant plusieurs plaques de différentes inerties

Il convient de noter que la liaison entre deux plaques adjacentes est un encastrement parfait. Par ailleurs, en cas de chevauchement d'une ou plusieurs plaques, il est retenu, pour la zone d'intersection, les caractéristiques de la dernière plaque définie par l'utilisateur (les dernières caractéristiques « écrasent » les précédentes).

3.1.1.2. Module de déformation E

Pour un radier ou un dallage en béton, le module de Young de la plaque peut être pris égal à :

- $E = 10\,000$ MPa pour un chargement de longue durée ;
- $E = 30\,000$ MPa pour un chargement instantané ;
- $E = 20\,000$ MPa pour des durées de chargement intermédiaires.

Pour un élément métallique, le module de Young de l'acier peut être pris égal à $210\,000$ MPa. Pour un élément en bois, le module de Young en flexion est de l'ordre de $10\,000$ MPa, avec un assouplissement par fluage dans un rapport de 1 à 4 selon les niveaux de contrainte et d'humidité.

3.1.1.3. Coefficient de Poisson ν

Pour un radier ou un dallage en béton, le coefficient de Poisson ν du béton est compris entre 0 et 0,2 selon le degré de fissuration (la valeur de 0,2 correspond au comportement d'un béton non armé, non fissuré). En première approche, il est d'usage de retenir $\nu = 0,15$ pour un radier en béton armé.

Pour un élément métallique, le coefficient de Poisson de l'acier peut être pris égal à 0,3. Pour un élément en bois, le coefficient de Poisson est de l'ordre de 0,20.

3.1.2. Massif de sol

3.1.2.1. Stratigraphie

Le massif de sol est assimilé à un multicouche élastique linéaire, chaque couche étant caractérisée par une épaisseur, un module de Young E et un coefficient de Poisson ν . La cote de la base de chaque couche peut varier selon X et/ou Y par l'intermédiaire de deux paramètres de pente (Figure 16).

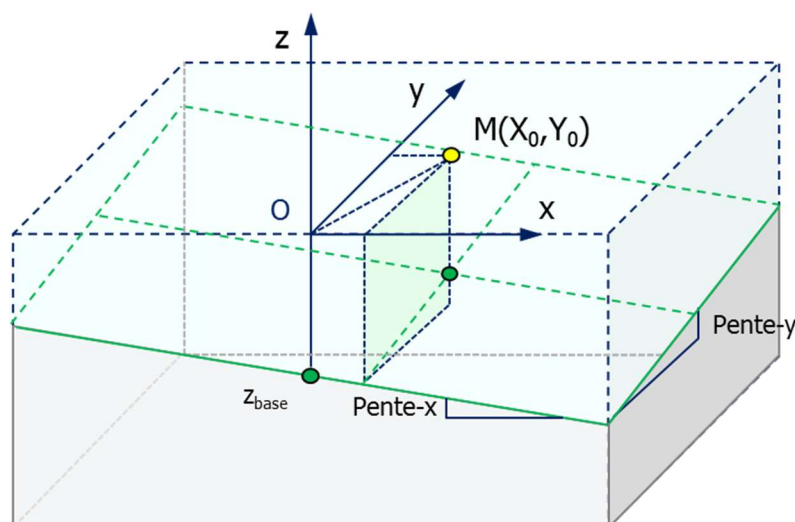


Figure 16 : Traitement d'un multicouche non horizontal

3.1.2.2. Module de déformation E

Dans la pratique, les règles de bonne conception des projets de fondations superficielles permettent de garantir une sécurité de l'ordre de 2 à 3 entre les charges appliquées et les charges limites, ce qui rend légitime l'hypothèse d'un comportement élastique du terrain (Vezole, 1986, Frank et al., 2018). Ce comportement élastique peut être décrit par un module de déformation constant (élasticité linéaire) ou variable avec la déformation (élasticité non-linéaire).

Pour un comportement élastique linéaire, le module de déformation E peut être choisi (a fortiori) dans la pratique par corrélation avec le module pressiométrique E_M . Pour une déformation verticale ($= \Delta s / \Delta z$) de l'ordre de 0,1%, les valeurs indiquées dans le Tableau 1 issu de l'annexe J de la NF P 94 261 s'appliquent pleinement, soient $E/E_M = 3$ à 6 selon le type de terrain. En cas d'utilisation d'essais CPT, le rapport E/q_c peut varier de 3 à 10 selon le type de terrain (pour une gamme de déformation cible de l'ordre de 0,1%).

		E/E_M
Argiles et Limons	Normalement consolidés	4,5
	Sur-consolidées	3,0
Sables	Lâches	4,5
	Denses	3,0
Graves	Lâches	6,0
	Serrées	4,5

Tableau 1 : Rapport E/E_M pour une déformation verticale de l'ordre de 0,1%

A noter que l'utilisation de la corrélation usuelle $E \sim E_M/\alpha$ (soit $E = 1$ à $3 E_M$) convient généralement aux fondations induisant dans le terrain des déformations verticales ($= \Delta s/\Delta z$) de l'ordre de 1%. L'attention est attirée sur le fait que l'application forfaitaire de cette corrélation peut conduire dans certains cas à des estimations par excès du tassement (Combarieu, 2006).

Au titre d'une analyse plus fine, le module de déformation peut être ajusté couche par couche en exploitant la notion de courbe de dégradation des modules de déformation. On peut alors utiliser soit des courbes de dégradation établies à partir du module maximal E_{\max} ou G_{\max} (cela nécessite d'avoir recours à des essais de précision in situ ou en laboratoire), soit des courbes en S empiriques donnant par exemple le rapport E/E_M en fonction de la déformation verticale, telles que celles établies dans le cadre du Projet National ARSCOP (Hoang et al., 2020) et rappelées dans la Figure 17 (où les courbes de type 1 s'appliquent aux terrains sableux, le type 3 aux terrains argileux et le type 2 aux terrains intermédiaires).

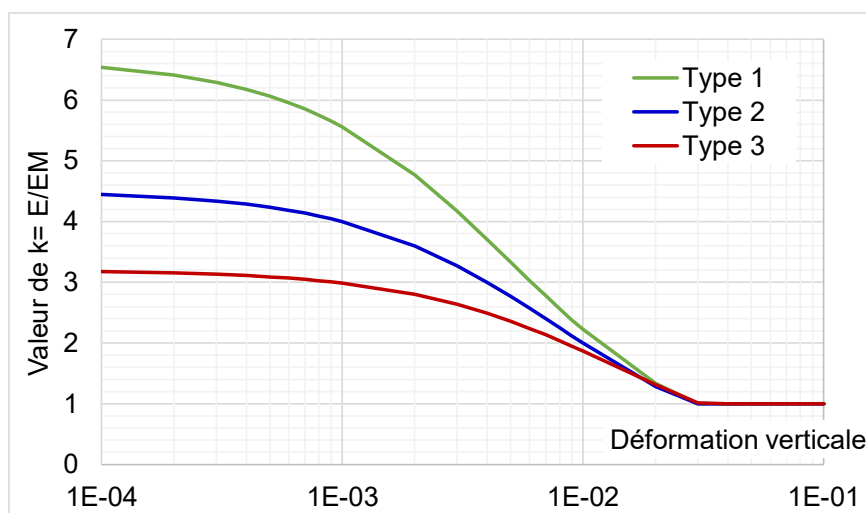


Figure 17 : Rapport E/E_M en fonction de la déformation verticale (PN ARSCOP, 2020)

Pour un calcul sous charge dynamique ou sismique, il convient de choisir des modules de déformation en cohérence avec le niveau de déformation attendu sous ce type de sollicitation :

- Par exemple, pour des fondations de « Machine vibrante », les niveaux de déformation sont généralement de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-5} et il peut être approprié de retenir un module $E = E_{\max}$ issu directement des essais de propagation d'ondes dans le sol ;
- Pour un calcul sous action sismique, les niveaux de déformation sont généralement compris entre 10^{-4} et 10^{-3} et il peut être approprié de retenir un module de l'ordre de 0,3 à 0,7 E_{\max} selon l'intensité du séisme et le type de terrain. Une approche alternative peut être le choix d'un module « sismique » obtenu en multipliant le module « statique » par un facteur de 2 à 3 (Cuira et Brûlé, 2017).

3.1.2.3. Coefficient de Poisson ν

Dans le domaine élastique, le coefficient de Poisson d'un sol de comportement drainé peut être pris généralement entre 0,25 et 0,35 selon le type de terrain. Le choix d'une valeur de $\nu = 0,3$ est courant. A noter que pour un terrain de comportement non-drainé (en lien avec la durée du chargement étudié), le coefficient de Poisson apparent de l'ensemble « Eau + Squelette » est voisin de 0,5 (comportement à volume constant). Dans la pratique, l'introduction d'une valeur $\nu = 0,49$ suffit pour obtenir un comportement où les déformations de volume sont négligeables.

3.1.2.4. Contrainte initiale, module de rechargement

Dans TASPLAQ, la contrainte initiale σ_{v0} du terrain sous la plaque (ou poids des terres excavées) est calculée directement à partir de la relation suivante :

$$\sigma_{v0}(x, y) = \gamma_{\text{moy}}(z_{\text{ref}} - z_{\text{plaque}}(x, y))$$

Où :

- γ_{moy} poids volumique moyen des terres excavées
- z_{ref} cote de référence (= cote du TN avant excavation)
- $z_{\text{plaque}}(x, y)$ cote de la base du radier (variable) au point (x, y)

La définition d'une contrainte initiale non nulle pose la question des tassements de recompression correspondant à des niveaux de contrainte (appliquée par le radier) inférieurs ou égaux à σ_{v0} . TASPLAQ propose pour cela deux types d'approche :

- Approche 1 : on néglige les tassements de recompression. Il s'agit de l'approche par défaut. Cette approche correspond à la pratique courante où la contrainte appliquée par le radier est largement supérieure à σ_{v0} ;
- Approche 2 : on comptabilise les tassements de recompression par l'intermédiaire d'un module de rechargement E_{ur} (voir Figure 13). Cette approche convient particulièrement aux situations où les contraintes appliquées par le radier sont de même ordre que σ_{v0} (voire inférieures à σ_{v0}). Dans le cadre de cette approche, il convient de définir le rapport « k » entre les modules de rechargement E_{ur} et les modules de 1^{er} chargement (ceux définis par l'utilisateur). Dans la version actuelle de TASPLAQ, la valeur de « k » est supposée commune à toutes les couches.

On donne ci-après quelques ordres de grandeur pour le choix de k :

- | | | |
|----------------------------------|-------------------------|---------------------------------|
| ○ Sables et graviers | $k \sim 2 \text{ à } 4$ | (selon densité relative) |
| ○ Limons et argiles | $k \sim 2 \text{ à } 8$ | (selon niveau surconsolidation) |
| ○ Sols indurés et roches tendres | $k \sim 1 \text{ à } 3$ | (selon constitution) |

Le choix d'une valeur $k = 3$ est courant.

3.1.2.5. Seuils de décollement et de plastification

TASPLAQ permet de gérer automatiquement le décollement et la plastification (locale) à l'interface sol/plaque. Il convient pour cela de définir les seuils correspondants :

- Seuil de décollement : contrainte de traction au-delà laquelle le décollement est activé. Une valeur nulle correspond à la majorité des situations courantes.
- Seuil de plastification : contrainte de compression au-delà de laquelle la réaction du sol est plafonnée. Cette valeur peut être prise égale à la pression de fluage p_f issue de l'essai pressiométrique (soit 50 à 70% de la pression limite). En cas d'utilisation d'essais CPT, le seuil de plastification peut être pris en première approche entre $0,05q_c$ et $0,07q_c$ pour un sol granulaire et entre $0,15q_c$ et $0,20q_c$ pour un sol fin.

3.1.3. Chargement

3.1.3.1. Charges sur la plaque

Les charges sur la plaque peuvent être ponctuelles, linéiques ou surfaciques :

- Les charges ponctuelles comportent une force verticale F_z (comptée positivement vers le bas), un moment de renversement M_x dans la direction Ox (rotation autour de $-Oy$) et un moment de renversement M_y dans la direction Oy (rotation autour de Ox) ;
- Les charges linéiques et surfaciques sont caractérisées par une densité verticale comptée positivement vers le bas.

Il convient de noter que les charges (ou les parties des charges) situées à l'extérieur de la plaque (ou des plaques) ne sont pas prises en compte. De plus, si plusieurs chargements sont définis sur la même zone, ils s'additionnent (dans la zone d'intersection).

A noter enfin que TASPLAQ autorise l'introduction de charges négatives (dirigées vers le haut). Cela permet de traiter par exemple le cas d'un radier soumis à des sous-pressions hydrauliques.

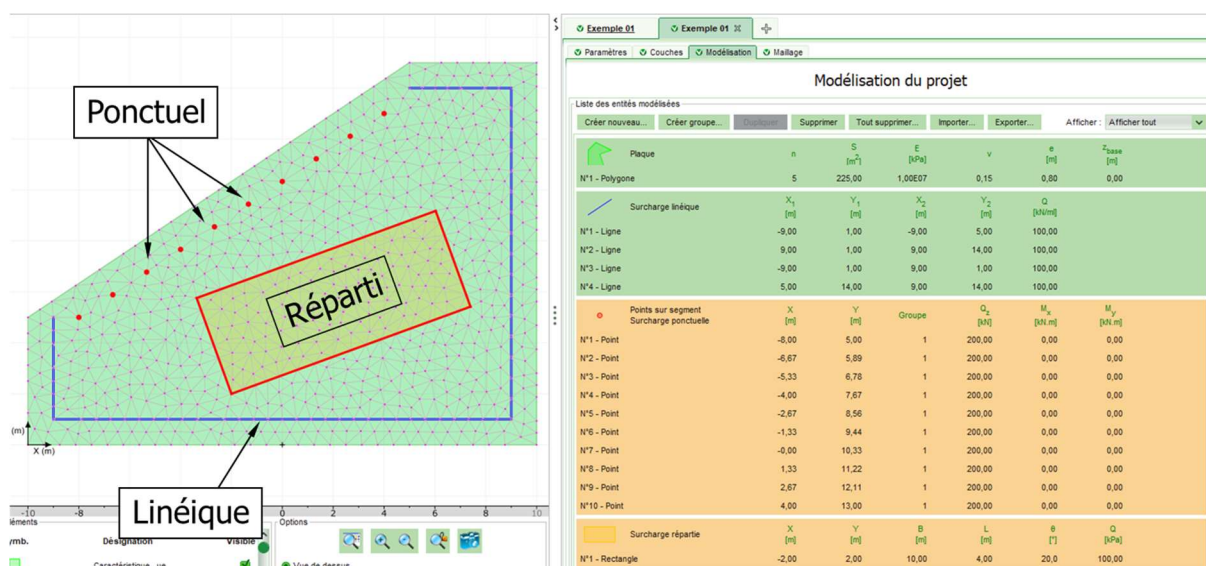


Figure 18 : Aperçu d'un modèle TASPLAQ avec des charges ponctuelles, linéiques et surfaciques

3.1.3.2. Charges extérieures sur le sol

TASPLAQ permet de modéliser des surcharges extérieures s'appliquant directement sur le sol. Cela peut être représentatif d'un remblai ou d'une fondation souple voisine (Figure 19 et Figure 12). Ces charges peuvent être appliquées en surface ou en profondeur.

Il convient de noter que la définition de telles charges n'a aucune incidence sur la densité et la taille du maillage. Soulignons par ailleurs que la formulation du modèle TASPLAQ suppose implicitement que ces charges s'exercent sur le terrain au même temps que celles sur le radier (absence de phasage).

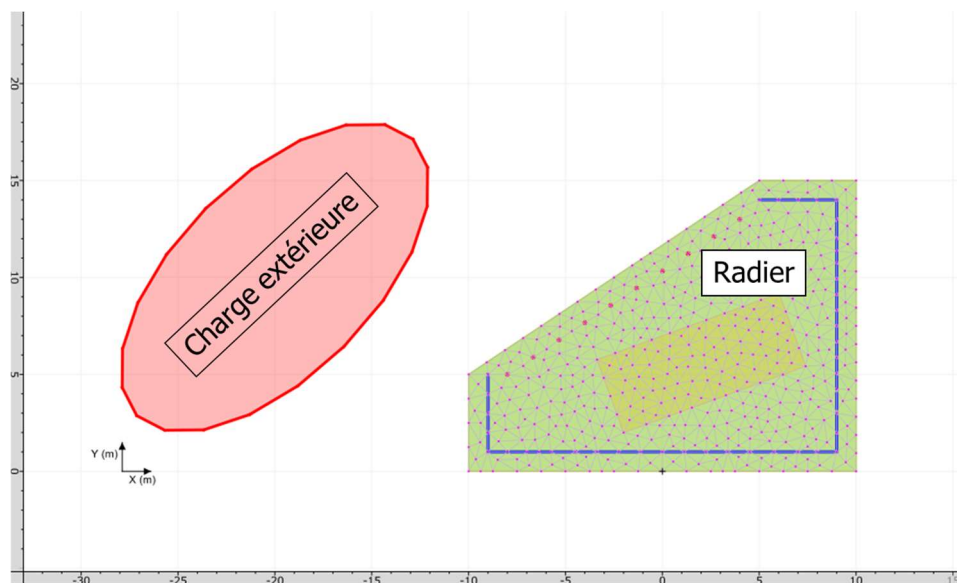


Figure 19 : Aperçu d'un modèle TASPLAQ avec une charge extérieure sur le terrain

3.1.4. Appuis élastiques additionnels

3.1.4.1. Ressorts ponctuels

TASPLAQ permet de prendre en compte des ressorts ponctuels additionnels. Cela permet également de mener des calculs alternatifs de type « plaque sur ressorts ponctuels » (par exemple dans le cas d'un radier sur pieux, voir §3.3.7, avec des raideurs préalablement estimées à l'aide de TASPIE+ et PIECOEF+).

Chaque ressort comporte une raideur en translation verticale K_z (en kN/m) et deux raideurs rotationnelles C_x et C_y (en kNm/rad) correspondant respectivement à une rotation dans la direction X (autour de Y) et dans la direction Y (autour de X). A noter que le cas d'un appui fixe, en translation et/ou en rotation, peut être simulé par l'intermédiaire d'une raideur K_z et/ou C_x et C_y numériquement élevée (par exemple $1e^{10}$).

3.1.4.2. Ressorts linéiques

TASPLAQ permet de prendre en compte des ressorts linéiques additionnels. Cela permet également de mener des calculs alternatifs de type « plaque sur ressorts linéiques » (par exemple dans le cas d'un radier sur barrettes ou des éléments de parois moulées avec des raideurs préalablement estimées à l'aide de TASPIE+ et PIECOEF+).

Chaque ressort comporte une densité (linéique) de raideur en translation verticale K_z (en kN/m/ml) et une densité (linéique) de raideur rotationnelle C_θ autour de l'axe directeur de la charge (en kNm/rad/ml). A noter que le cas d'un appui fixe, en translation et/ou en rotation, peut être simulé par l'intermédiaire d'une raideur K_z et/ou C_θ numériquement élevée.

3.1.4.3. Ressorts surfaciques

TASPLAQ permet de prendre en compte des ressorts surfaciques additionnels. Cela permet également de mener des calculs alternatifs de type « plaque sur ressorts surfaciques » (cela peut être utile dans certains cas pour juger de la pertinence du choix du coefficient de réaction par exemple, en confrontant les résultats d'un calcul sur massif élastique à ceux d'un calcul sur ressorts surfaciques). Les ressorts sont caractérisés par une densité (surfactive) de raideur en translation verticale k_z (en kPa/m), pouvant être associée à un seuil de décollement et un seuil de plastification (en kPa).

Il convient de noter que les ressorts (ou les parties des ressorts) situés à l'extérieur de la plaque (ou des plaques) ne sont pas pris en compte. De plus, si plusieurs ressorts sont définis sur la même zone, leurs raideurs s'additionnent (dans la zone d'intersection).

3.1.5. Maillage

Le maillage est généré automatiquement selon trois critères :

- Le type d'éléments : rectangulaires ou triangulaires (voir §2.2.2 et Figure 20) ;
- Le pas moyen de discrétisation ;
- Les zones de raffinement éventuelles.

Le choix du type d'élément est géré automatiquement par le programme selon la forme géométrique du radier. Le pas moyen et les zones de raffinement sont des données utilisateurs. Une valeur « automatique » du pas moyen est proposée par défaut (correspondant à $1/20^e$ de la taille du modèle, ce qui convient à la majorité des situations courantes).

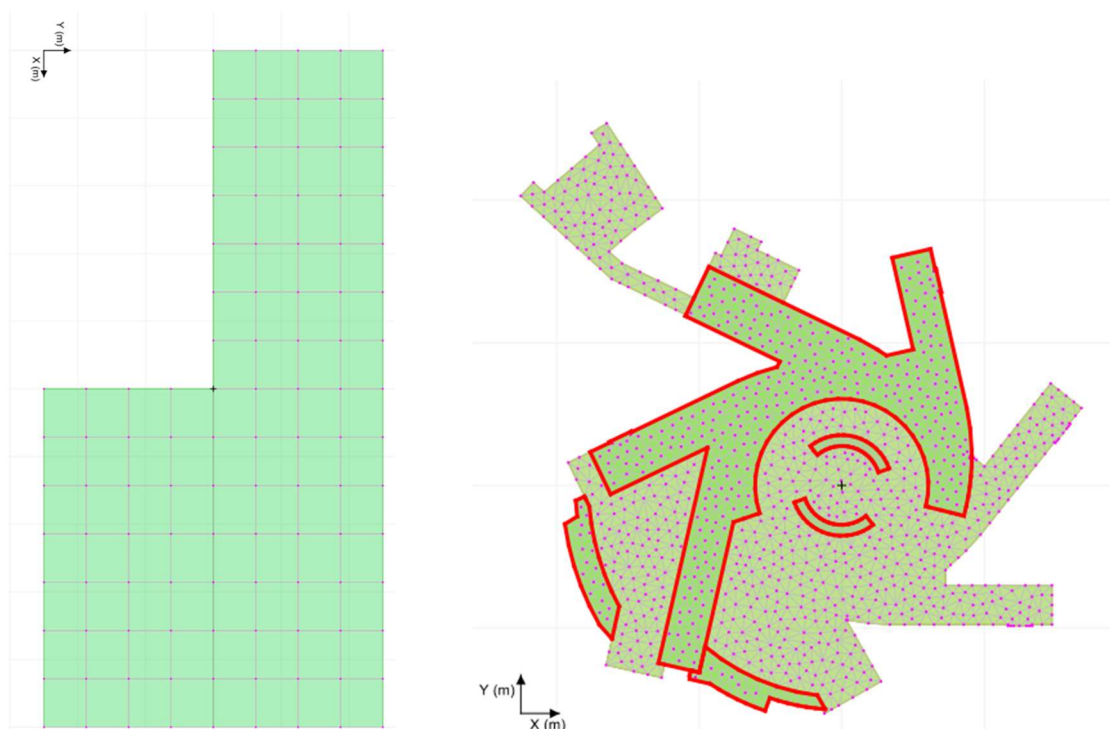


Figure 20 : Exemple d'une géométrie compatible avec un maillage rectangulaire (à gauche) et d'une géométrie nécessitant un maillage triangulaire (à droite)

3.2. Exploitation des résultats

3.2.1. Tassement et flèche

La mise en œuvre du modèle TASPLAQ permet d'obtenir :

- La déformée (ou la flèche) de la plaque en tout point ;
- Le tassement du sol en tout point. Il est également possible de demander l'accès au tassement en des points situés à l'extérieur de la plaque (option « points de calcul imposés »).

A noter que la flèche de la plaque est calculée à la fois aux nœuds et en des points intermédiaires à l'intérieur de chaque élément (à l'aide de la fonction de forme associée aux éléments finis utilisés). Le tassement du sol est calculé uniquement aux nœuds. A noter l'absence d'égalité entre tassement et flèche au droit des nœuds appartenant à des zones de décollement (voir l'exemple de la Figure 21).

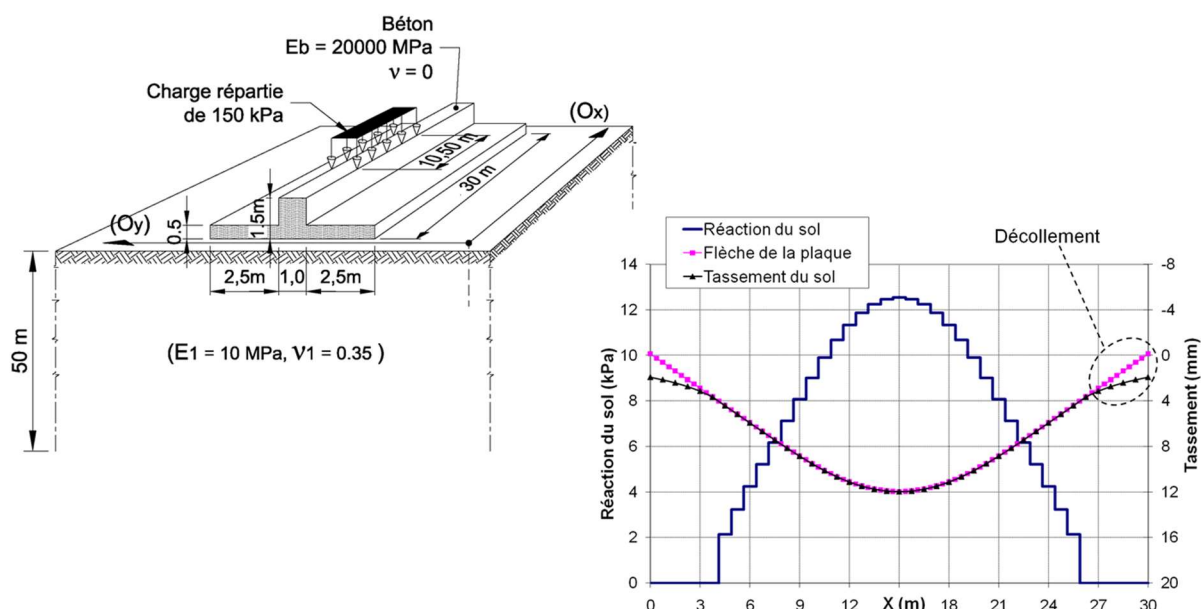


Figure 21 : Mise en œuvre du décollement d'une fondation soumise à un chargement localisé

3.2.2. Distorsion angulaire

La distorsion angulaire correspond à variation relative de la flèche de la plaque $\theta = \Delta w / \Delta x$ (où x est l'abscisse locale dans la coupe considérée). Cette grandeur (sans unité) est essentielle pour statuer sur les critères ELS d'une fondation sur radier (ou d'un dallage). On donne ci-après à titre indicatif quelques critères usuels pour la justification ELS de certains types d'ouvrages :

- Bâtiments courants $1/500^e$
- Ouvrages d'art, Immeubles de grande hauteur $1/1000^e$ à $1/500^e$
- Installations industrielles sensibles $1/2000^e$ à $1/1000^e$

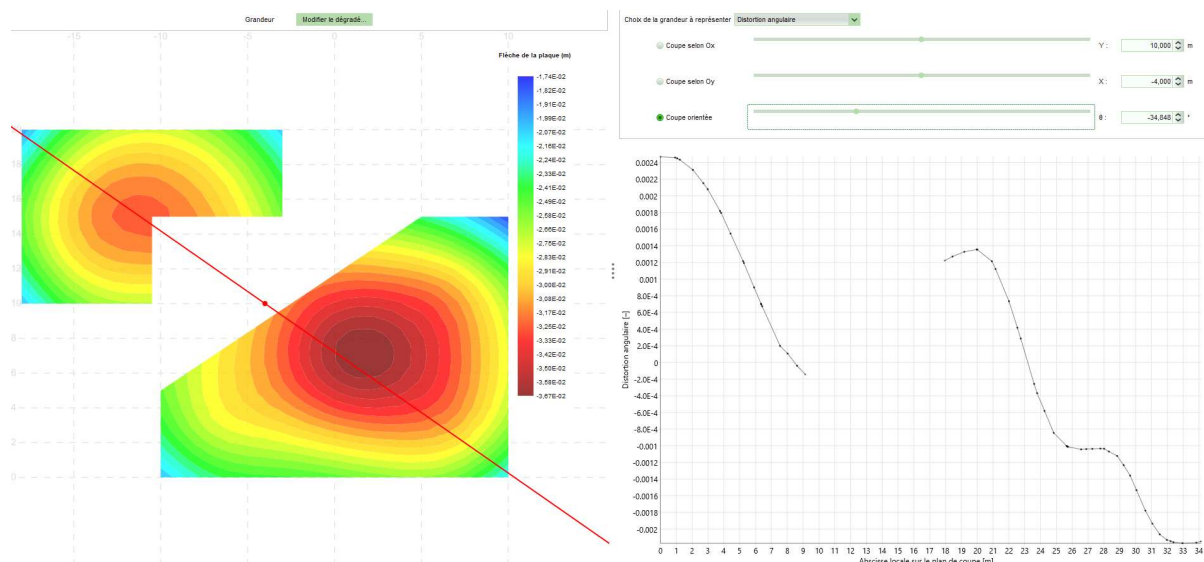


Figure 22 : Analyse de la distorsion angulaire pour deux radiers en interaction

3.2.3. Réaction du sol

La mise en œuvre du modèle TASPLAQ permet d'établir la distribution de la réaction du sol en tout point sous la plaque. L'analyse de cette réaction permet notamment de statuer sur :

- le taux de travail du terrain (en dehors de l'effet de bord) en comparant les pressions calculées en partie courante aux contraintes limites ;
- le taux de soulèvement de la fondation en observant les zones où la réaction du sol est nulle (si l'option « décollement/plastification » automatique a été activée).

Il convient d'attirer l'attention sur les situations où la plaque présente une rigidité élevée par rapport au sol support, qui peut mettre en évidence un effet de bord qui se traduit par des pics de pression au bord de la plaque (Figure 23).

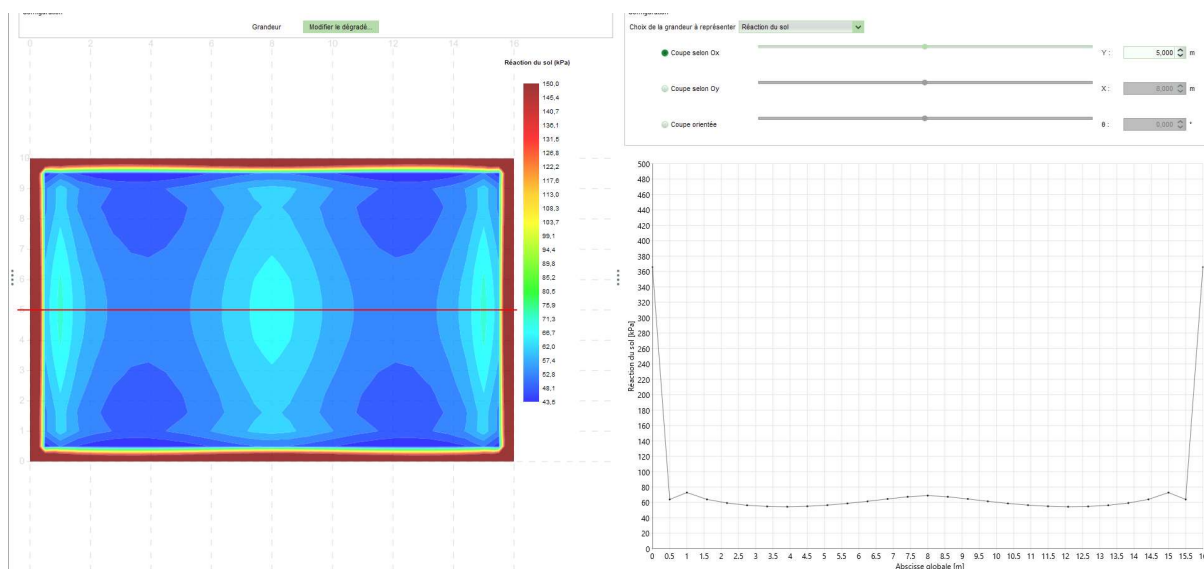


Figure 23 : Mise en évidence de l'effet de bord

Ce phénomène, très caractéristique des modèles sur milieu continu élastique (Poulos et Davis, 1974), ne reflète pas une anomalie de modélisation et n'est pas propre au modèle TASPLAQ. En particulier, pour une fondation rigide soumise à une contrainte q , le tassement est uniforme et la réaction du sol ne l'est pas, elle tend vers $q/2$ en partie centrale et vers l'infini au bord de la fondation (Figure 24). En réalité, il y a plafonnement de cet effet de bord par déformation plastique du sol (d'où l'opportunité de limiter la réaction du sol au seuil de fluage, voir §3.1.2.5).

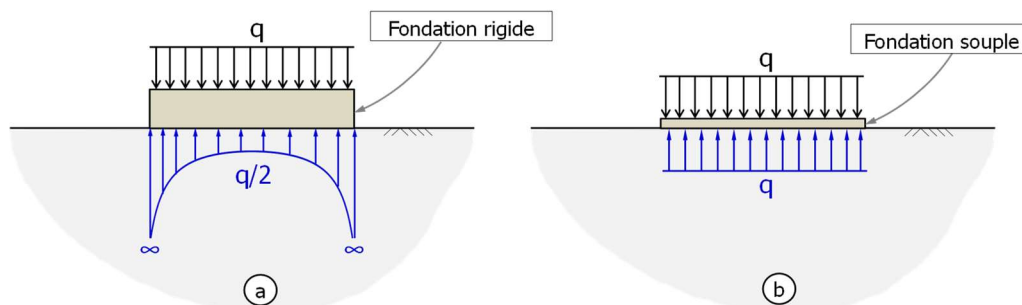


Figure 24 : Distribution de la réaction du sol sous une fondation rigide (a) et souple (b)

3.2.4. Moments fléchissants et efforts tranchants

La mise en œuvre du modèle TASPLAQ permet d'accéder aux sollicitations internes dans la plaque, nécessaires aux vérifications structurales : deux moments fléchissants M_x et M_y , un moment de torsion M_{xy} et deux efforts tranchants T_x et T_y .

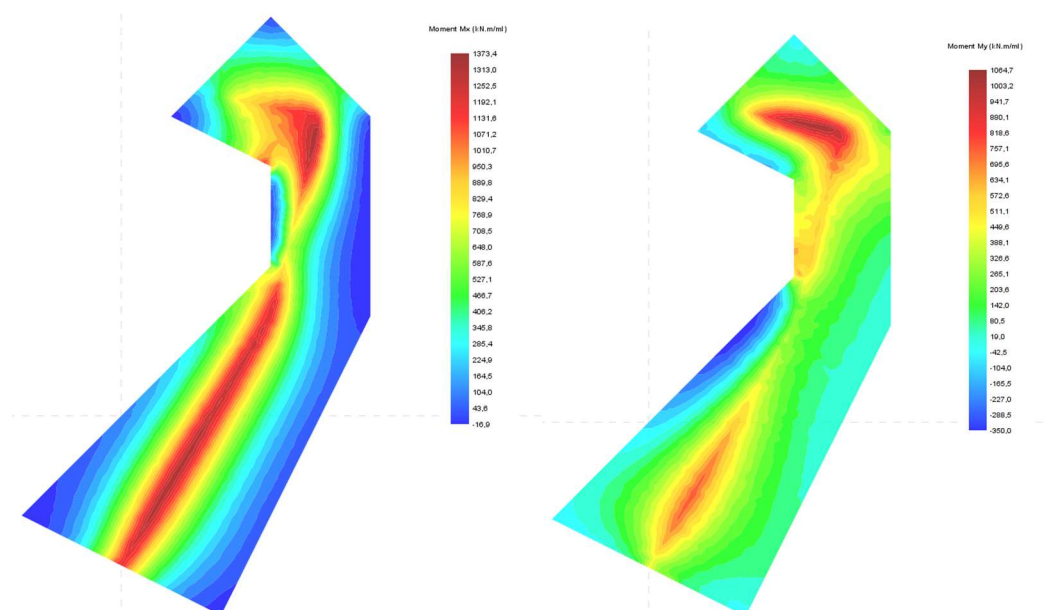


Figure 25 : Cartographie des moments M_x et M_y d'une plaque de forme polygonale

TASPLAQ applique les conventions classiques de résistance des matériaux (Figure 26) :

- M_x = moment fléchissant d'une section d'axe X, positif quand la fibre inférieure est tendue ;
- M_y = moment fléchissant d'une section d'axe Y, positif quand la fibre inférieure est tendue ;
- T_x = effort tranchant d'une section d'axe X, positif vers le haut ;
- T_y = effort tranchant d'une section d'axe Y, positif vers le haut ;
- M_{xy} = moment de torsion d'une section d'axe X (ou Y).

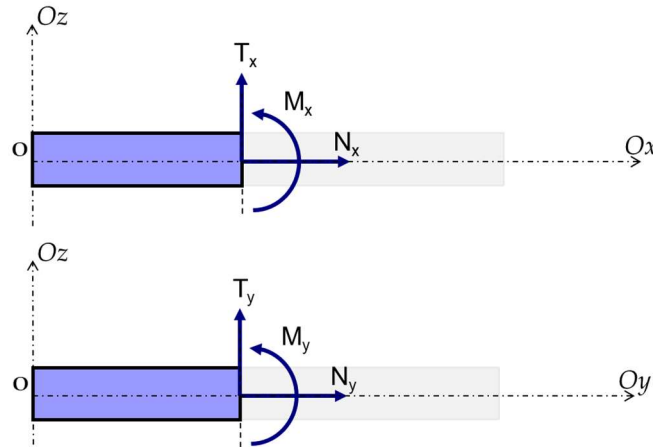


Figure 26 : Conventions de signe pour les efforts internes calculés par TASPLAQ

On rappelle ci-après l'expression des contraintes maximales, axiales et tangentielles, s'exerçant sur la section (supposée homogène) d'une plaque d'épaisseur h :

$$\sigma_{xx} = \pm \frac{6}{h^2} M_x \quad \sigma_{yy} = \pm \frac{6}{h^2} M_y \quad \sigma_{xy} = \pm \frac{6}{h^2} M_{xy} \quad \sigma_{xz} \approx \pm \frac{6}{5h} T_x \quad \sigma_{yz} \approx \pm \frac{6}{5h} T_y$$

On peut également rappeler l'expression de la contrainte « équivalente » de Von Mises :

$$\sigma_{eq} = \frac{6}{h^2} \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 3M_{xy}^2}$$

3.2.5. Coefficient de réaction équivalent

La mise en œuvre du modèle TASPLAQ permet également d'analyser la variation du coefficient de réaction apparent du sol sous la plaque, noté $k_s(x,y)$ et exprimé en kPa/m. Celui-ci est défini comme le rapport entre la réaction du sol $p(x,y)$ et le tassement du sol $s(x,y)$:

$$k_s(x,y) = \frac{p(x,y)}{s(x,y)}$$

Ce coefficient de réaction peut ensuite être utilisé comme donnée d'entrée aux analyses détaillées de la superstructure portée.

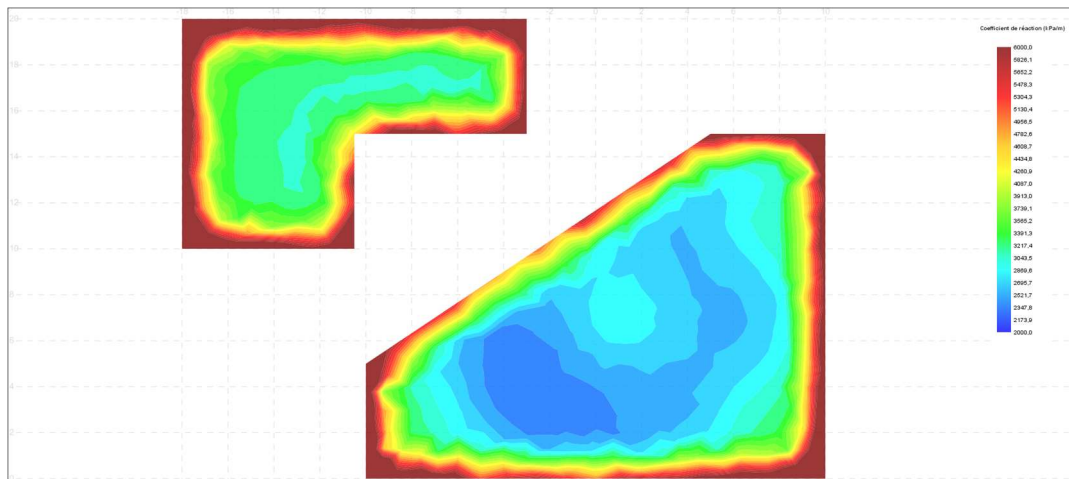


Figure 27 : Cartographie des coefficients de réaction sous deux radiers en interaction

Il convient d'insister sur le caractère non uniforme du coefficient de réaction obtenu : sa valeur dépend de la rigidité du sol par rapport à la plaque et varie entre le bord et le centre du radier. L'hypothèse (courante) d'un coefficient de réaction uniforme est une approximation qui peut conduire à des résultats erronés. Cela peut être illustré par l'exemple d'un bassin circulaire fondé sur radier général. Le radier est soumis d'une part à l'application d'une charge répartie représentative du poids du liquide de remplissage, et d'autre part à la force linéique exercée par le voile périphérique. Deux modélisations sont comparées ici (Figure 28) : l'une où le sol est assimilé à un massif continu élastique (modèle de type TASPLAQ), l'autre où le sol est assimilé à des ressorts surfaciques uniformes. Les moments fléchissants (radiaux) issus des deux modélisations sont de signes opposés (Figure 29) et ceci quelque soit la valeur du coefficient de réaction dans le modèle à ressorts (tant qu'ils sont de raideur uniforme). Ce dernier conclurait, en effet, à la nécessité de ferrailer la fibre supérieure du radier alors que c'est la fibre inférieure qui est tendue dans le cas présent. L'obtention, par un modèle à ressorts, d'un moment de signe correct requiert ici de différencier les valeurs du coefficient de réaction entre les parties centrale et périphérique : la cartographie des k_s issue du modèle TASPLAQ indique bien dans le cas présent une valeur plus importante en partie périphérique avec un rapport de l'ordre de 3 par rapport au k_s en partie centrale.

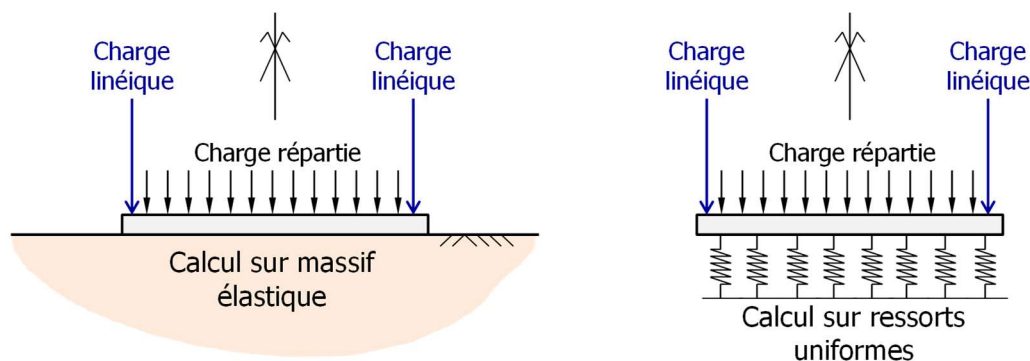


Figure 28 : Exemple d'un bassin circulaire – Modèle de type TASPLAQ à gauche et Modèle à ressorts à droite (Cuira et Brûlé, 2017)

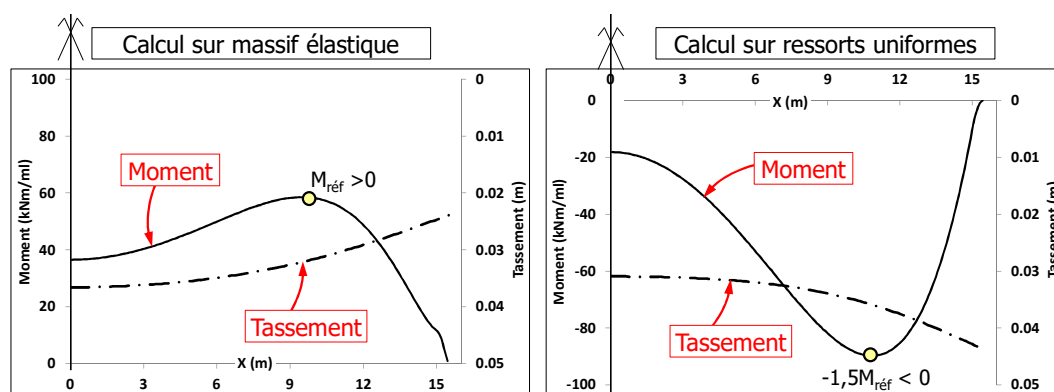


Figure 29 : Exemple d'un bassin circulaire – Moments fléchissants et tassements – Modèle de type TASPLAQ à gauche et Modèle à ressorts à droite (Cuira et Brûlé, 2017)

3.2.6. Accès aux contraintes et aux tassements en profondeur

Notons enfin qu'il est possible d'exporter la distribution de la réaction du sol calculée par TASPLAQ vers un modèle TASSELDO (§3.4.1) : cela permet d'accéder aux incréments de contraintes (et aux déplacements) en profondeur.

3.3. Domaines d'application

3.3.1. Radier sous chargement concentré

La figure suivante présente un exemple d'utilisation de TASPLAQ pour un radier de 70 cm d'épaisseur soumis à un chargement localisé. Des comparaisons sont établies avec un traitement numérique complet en trois dimensions sous PLAXIS 3D. L'écart est inférieur à 10%.

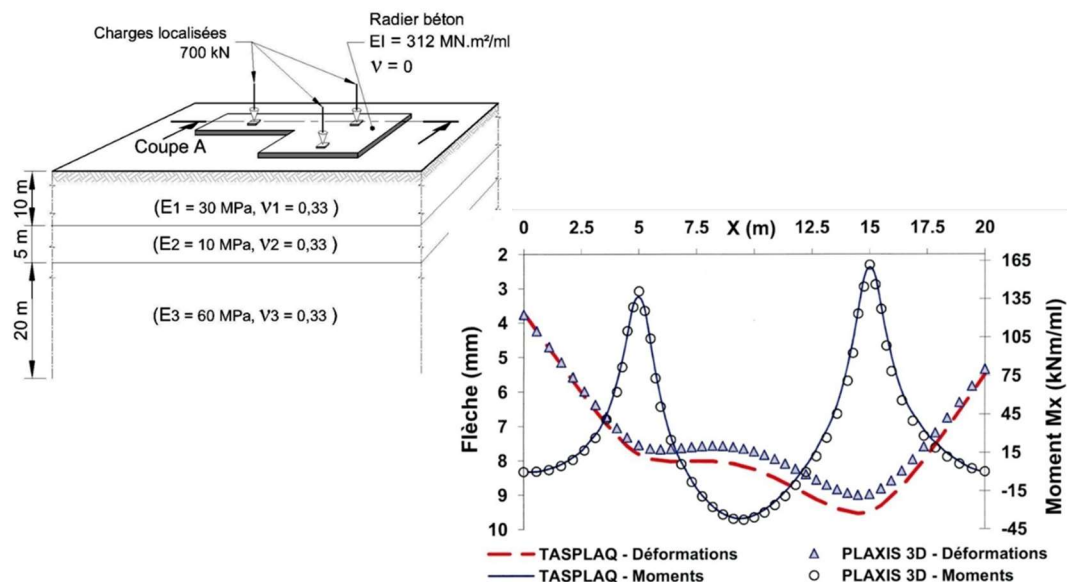


Figure 30 : Exemple d'un radier sous chargement localisé

3.3.2. Radier sous chargement linéique

La figure suivante présente un exemple d'utilisation de TASPLAQ pour un radier de 60 cm d'épaisseur, d'emprise trapézoïdale, et supportant des voiles porteurs amenant un chargement linéique accompagné d'un blocage élastique en rotation.

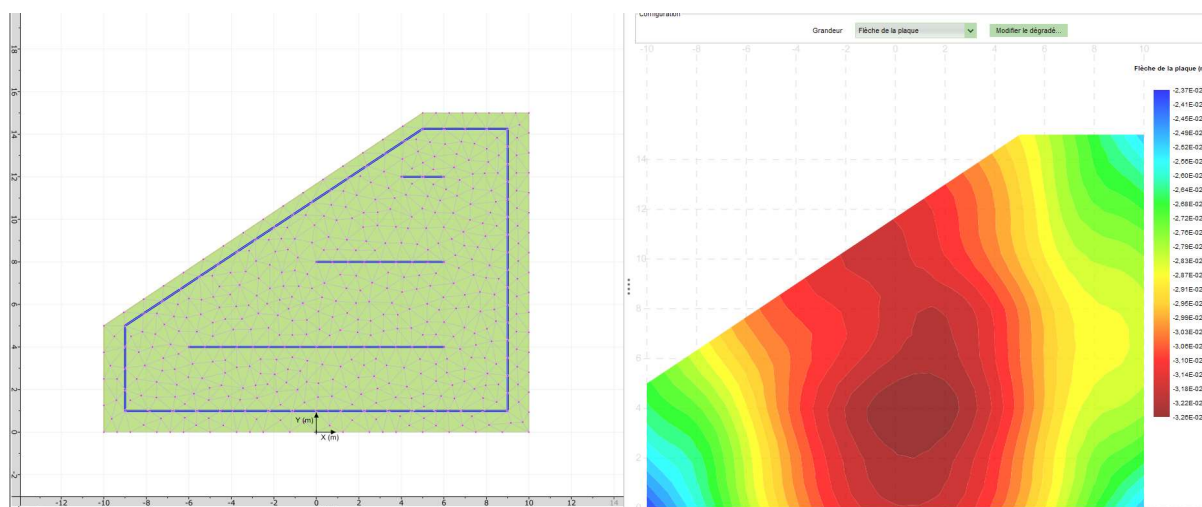


Figure 31 : Aperçu d'un modèle TASPLAQ pour un radier soumis à un chargement linéique

3.3.3. Radier d'une centrale nucléaire

La figure suivante présente un exemple d'utilisation de TASPLAQ pour un radier de centrale de nucléaire, de cote d'assise variable, et d'emprise au sol de l'ordre de 100 m x 100 m. L'épaisseur du radier varie entre 1 et 6 m. Les tassements calculés ont été comparés à un traitement numérique complet en trois dimensions. Les écarts sont inférieurs à 10%.

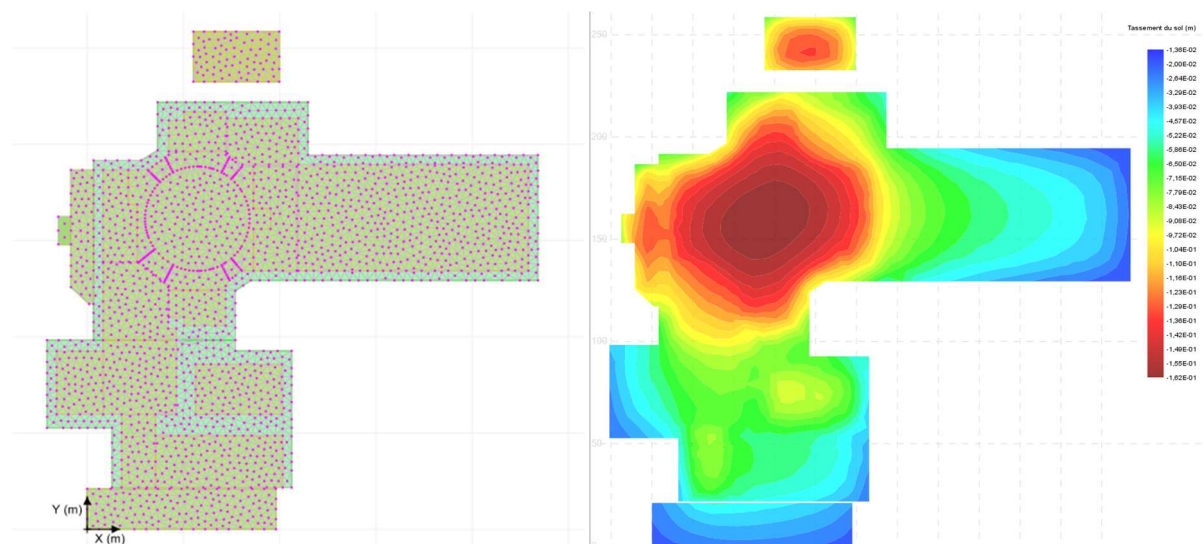


Figure 32 : Utilisation de TASPLAQ pour la modélisation d'un radier de très grandes dimensions

3.3.4. Deux bassins circulaires en interaction

La figure suivante présente un exemple d'utilisation de TASPLAQ pour les radiers de deux bassins circulaires identiques chargés de façon homogène. La mise en œuvre du modèle permet de mettre en évidence l'interaction (ou effet de groupe) entre les deux radiers avec un « basculement » vers la zone d'interaction.

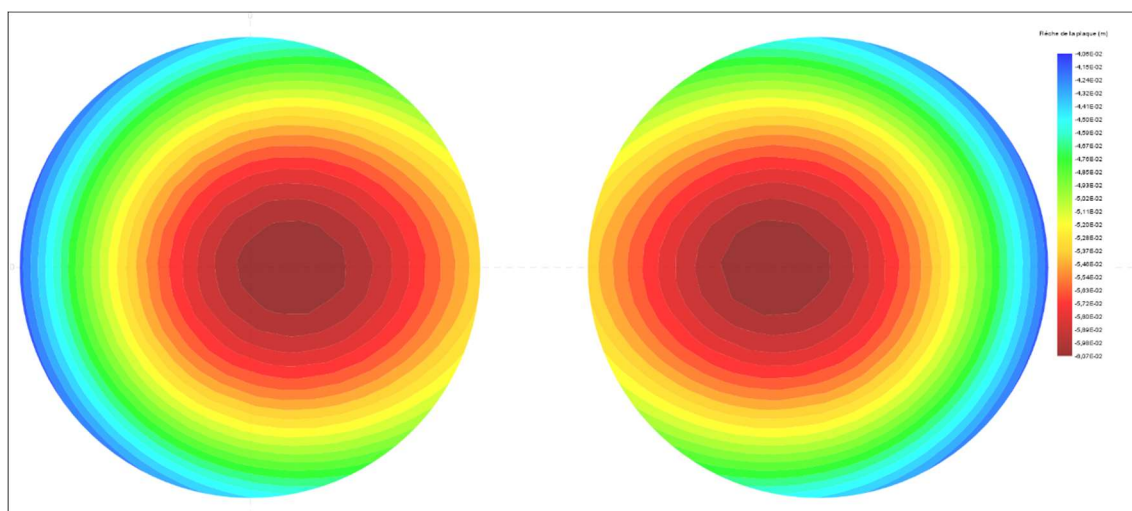


Figure 33 : Exemple de deux bassins circulaires en interaction

3.3.5. Dallage avec différents systèmes de joints

La figure suivante présente un exemple d'utilisation de TASPLAQ pour un dallage rectangulaire de 30 cm d'épaisseur avec différents systèmes de joints : sans joints, joints partiels et joints francs. Le calcul permet de mettre en évidence l'influence des joints sur les tassements et les sollicitations. Des études menées par Cuira et Simon (Revue Française de Géotechnique, 2008) ont par ailleurs discuté de la pertinence d'un modèle de type TASPLAQ par rapport à l'approche simplifiée du DTU 13.3.

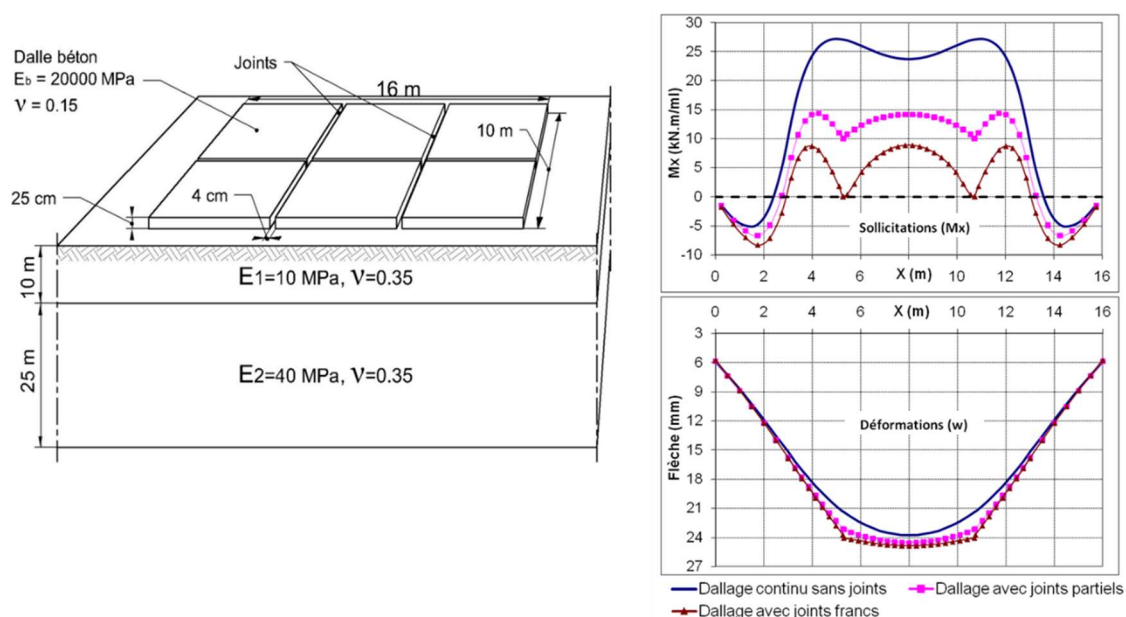


Figure 34 : Modélisation d'un dallage avec différents systèmes de joints

3.3.6. Fondation annulaire sous chargement excentré

La figure suivante présente un exemple d'utilisation de TASPLAQ pour une fondation d'Eoliennes (embase gravitaire) de forme annulaire soumise à un chargement excentré. La mise en œuvre du modèle permet d'apprécier le tassement et la rotation de la fondation. Le calcul TASPLAQ permet également d'évaluer de façon précise la surface comprimée en cas de décollement (et ce pour une fondation de géométrie quelconque).

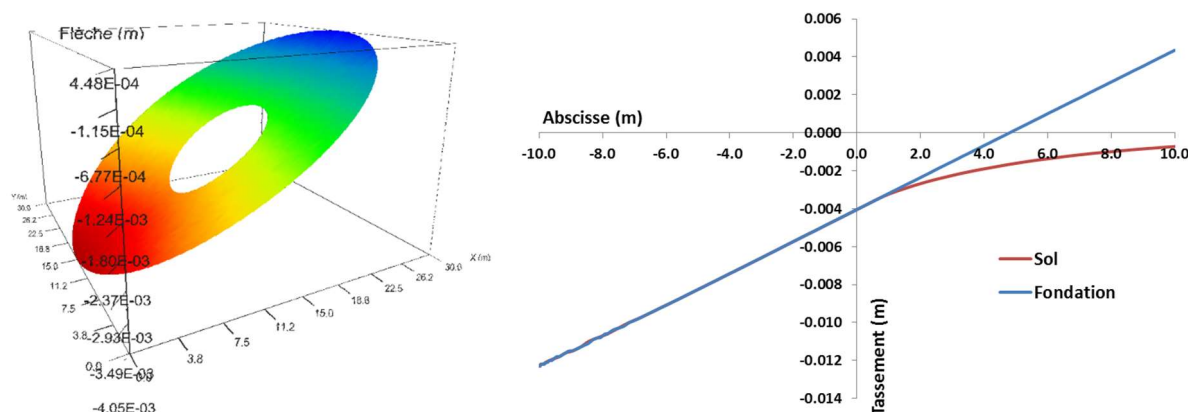


Figure 35 : Cas d'une embase gravitaire annulaire soumise à un chargement excentré

3.3.7. Radier (ou dallage) sur pieux

TASPLAQ peut également servir d'outil pour appréhender la déformée et la distribution des réactions sous un radier fondé sur pieux. Il s'agit dans ce cas de mener un calcul de type « Plaque sur ressorts ponctuels ». Les pieux sont ainsi représentés par des ressorts équivalents dont la raideur est établie préalablement à l'aide d'un modèle TASPIE+ pour la composante translationnelle (verticale) et à l'aide de PIECOEF+ pour la composante rotationnelle éventuelle.

La figure suivante présente un aperçu d'un modèle TASPLAQ pour un quai maritime constitué d'une dalle de 1,2 m d'épaisseur reposant sur des pieux de 60 cm disposés tous les 2,5 m.

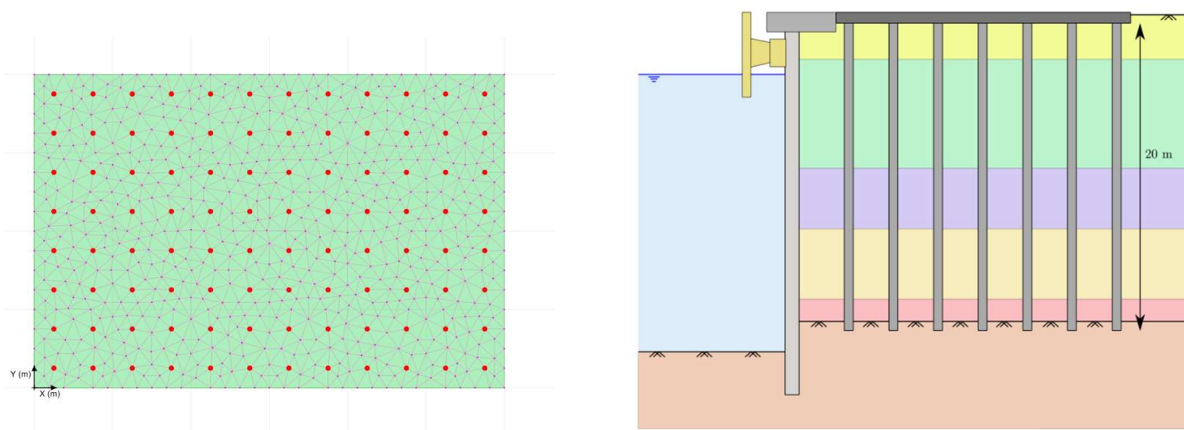


Figure 36 : Aperçu d'un modèle TASPLAQ pour une dalle sur pieux en milieu portuaire

3.3.8. Dalle sur appuis rigides ou élastiques

Le module TASPLAQ peut également être utilisé pour des analyses structurales de type « dalle sur appuis » rigides ou élastiques. La figure ci-après présente un aperçu d'un tel modèle.

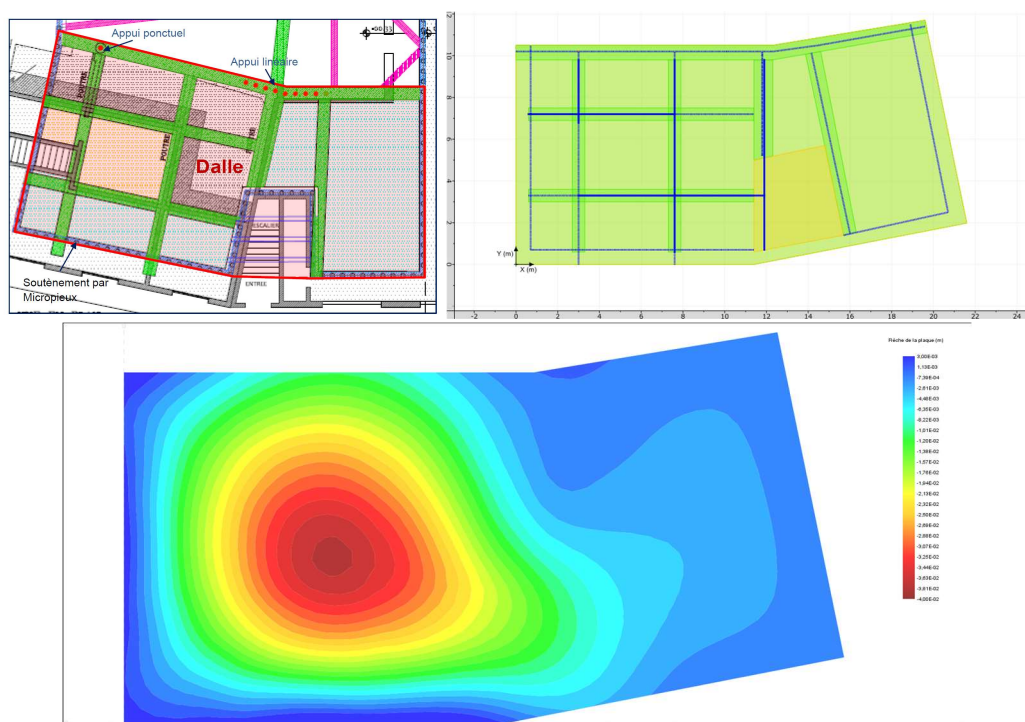


Figure 37 : Utilisation de TASPLAQ pour des modélisations structurales

3.3.9. Dallage ou radier sur inclusions rigides

Le cas d'un dallage ou d'un radier sur inclusions rigides peut être traité en combinant les modèles TASPIE+ et TASPLAQ. On procède en trois étapes :

- Etape 1 : modèle TASPIE+ avec une cellule élémentaire soumise à un chargement homogénéisé. Ce modèle permet d'établir un module de déformation de Young homogénéisé du massif renforcé (voir §4.3.7 de la notice technique de TASPIE+), ainsi que les sollicitations additionnelles liées aux effets « points durs » dus à la présence des inclusions sous le radier ou le dallage (voir §4.3.8 de la notice technique de TASPIE+) ;
- Etape 2 : modèle TASPLAQ sur massif homogénéisé dans lequel le radier est soumis à une descente de charge détaillée. Ce modèle permet ainsi d'apprécier la déformée globale et différentielle du radier ou du dallage ainsi que les sollicitations internes dans celui-ci ;
- Etape 3 : on combine l'enveloppe des sollicitations internes issues de TASPLAQ (étape 2) avec les sollicitations additionnelles calculées lors de l'étape 1.

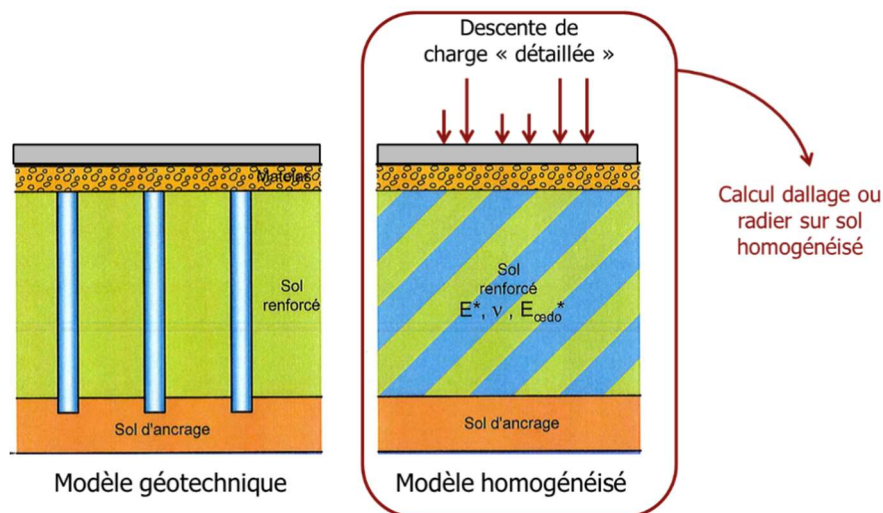


Figure 38 : Procédure ISS pour des dallages et des radiers sur IR

3.4. Options avancées

3.4.1. Passerelle avec TASSELDO

Il existe deux passerelles entre les modules TASSELDO et TASPLAQ. La première, de TASPLAQ vers TASSELDO, permet d'exporter la distribution des pressions exercées par la plaque vers un modèle TASSELDO ce qui donne accès aux incréments de contrainte et de déplacements en profondeur.

La seconde passerelle, de TASSELDO vers TASPLAQ, permet d'utiliser TASSELDO pour générer la matrice de souplesse du sol (§2.2.4) dans les situations où le terrain présente une stratigraphie complexe ou un comportement incompatible avec les solutions de Boussinesq (§2.1.2) utilisées par défaut dans TASPLAQ.

3.4.2. Résolution approchée

Pour des modèles complexes comportant un grand nombre d'éléments ou de couches de sol, il peut être opportun d'exploiter la procédure de « résolution approchée » implémentée dans TASPLAQ (onglet « Paramètres avancés »). Dans le cadre de cette procédure, les pressions d'interaction sol/plaque sont approchées par des disques équivalents, ce qui réduit considérablement le temps de calcul et de constitution de la matrice de souplesse du terrain (§2.2.4).

3.4.3. Matrice de souplesse définie par l'utilisateur

Le module TASPLAQ offre la possibilité de définir « manuellement » la matrice de souplesse du terrain en désactivant l'option « Calcul automatique des matrices de raideur » (onglet « Paramètres avancés »).

Le contenu de la matrice de souplesse doit dans ce cas être écrit dans un fichier portant le même nom que le fichier projet « *.f4p » avec comme extension « *.mtr » et doit être placé à côté du fichier projet. Le format du fichier diffère selon qu'il y ait un massif de sol dans le modèle ou non :

- **En l'absence de massif de sol** : la matrice de souplesse doit être exprimée en termes de forces nodales et peut être spécifiée pour un groupe quelconque de nœuds, soit :

$\mathbf{s} = \mathbf{T}_{inf} \cdot \mathbf{F}$ où \mathbf{s} = vecteur tassement aux nœuds et \mathbf{F} = vecteur forces aux nœuds. La matrice de souplesse \mathbf{T}_{inf} est de taille $k_x \times k_x$ (k_x = défini par l'utilisateur). La lecture se fait comme suit :

k_x i_{symat} k_x = nombre de points / $i_{symat} = 1$ si matrice symétrique (0 sinon)
 $n(i)$ $n(j)$ $T_{inf}(i,j)$ Pour $i = 1, k_x$ Pour $j = 1, k_x$ (i,j = indices locaux)

Où

$n(i)$ = indice global (cf. maillage Tasplaq) du noeud i

$n(j)$ = indice global (cf. maillage Tasplaq) du noeud j

Les valeurs de $n(i)$ et $n(j)$ peuvent être obtenues en exportant le maillage TASPLAQ (L'option « Export » est accessible depuis l'onglet Maillage).

- **Si un massif de sol a été défini par l'utilisateur** : la matrice de souplesse doit couvrir tous les points de la plaque et sa constitution doit obéir aux modalités décrites en §2.2.4 et §2.2.3.

- **Si option « résolution approchée » décochée**

- **Maillage triangulaire**

Dans ce cas la matrice de souplesse \mathbf{T}_{inf} est définie en termes de « **pressions** » appliquées sur chaque **élément** (§2.2.4), qui sont reliées aux tassements produits au centre de gravité de chaque l'élément. La lecture se fait en une seule « colonne » selon l'ordre suivant :

$T_{inf}(i,j)$ pour $i = 1, m$ pour $j = 1, m$

m = nombre d'éléments

▪ Maillage rectangulaire

Dans ce cas la matrice de souplesse T_{inf} est définie en termes de « pressions » appliquées autour de chaque nœud (§2.2.4), qui sont reliées aux tassements produits au niveau de chaque nœud. La lecture se fait en une seule « colonne » selon l'ordre suivant :

$$T_{inf}(i,j) \quad \text{pour } i = 1, n \quad \text{pour } j = 1, n$$

n = nombre de nœuds

○ Si option « résolution approchée » cochée

Dans ce cas, quelque soit le type de maillage, la matrice de souplesse est définie en termes de « forces » et est associée aux nœuds. Elle est supposée satisfaire l'équation : $s = T_{inf} \cdot F$ avec s = vecteur tassement aux nœuds et F = vecteur forces aux nœuds. Les composantes de F sont supposées correspondre implicitement à des pressions uniformes mobilisées sur S_n (= surface associée à chaque nœud). La matrice est de taille $n \times n$ (n = nombre de nœuds). La lecture se fait en une seule « colonne » selon l'ordre suivant :

$$T_{inf}(i,j) \quad \text{Pour } i = 1, n \quad \text{Pour } j = 1, n$$

3.5. Dossier de validation

Le module TASPLAQ a fait l'objet d'une étude de validation approfondie. Cette étude s'est basée sur trois familles de tests :

- Comparaison avec des solutions analytiques
- Comparaison avec d'autres logiciels
- Tests de cohérence des résultats obtenus

La première famille de tests permet de vérifier la capacité des modèles utilisés (plaque et sol) à rendre compte des comportements élémentaires couverts par les solutions analytiques existantes : tassement et renversement d'une fondation rigide, décollement et effet de bord, flexion d'une plaque sur appuis rigides ou élastiques, solutions RDM pour poutres hyperstatiques etc.

La deuxième famille a permis de vérifier la pertinence du modèle (hybride) utilisé vis-à-vis des autres solutions logicielles éprouvées en ingénierie géotechnique et structure : des comparaisons ont ainsi été menées par rapport à des calculs éléments finis sous PLAXIS 3D/2D, des calculs de sous-structuration sous SASSI 2010, semi-analytiques sous ALIZE LCPC ou encore des calculs structure à partir des programmes EFFEL et ROBOT.

Enfin, la troisième famille a consisté en des tests de cohérence visant à contrôler la bonne implémentation « informatique » des modèles utilisés : en comparant les résultats obtenus par plusieurs types de maillage (triangulaire, rectangulaire ou axisymétrique) ; en vérifiant par des contre calculs analytiques le bilan des réactions vis-à-vis des charges extérieures ; en vérifiant par des contre calculs sur tableur le bilan des tassements vis-à-vis des pressions d'interaction calculées.

Au total, 135 tests ont été réalisés regroupés en 19 séries. Ces tests sont présentés en annexe 1 de la présente notice.

4. Bibliographie

Bourgeois E., Burlon S. et Cuira F. (2018). Modélisation numérique des ouvrages géotechniques. Techniques de l'ingénieur, C 258.

Burland J.B., Broms B.B., De Mello V.F.B. (1977) – Behaviour of Foundations and Structures. Proceedings of the ninth international conference on soil mechanics and foundation engineering. Tokyo, Vol. 2, p. 495 – 546.

Cassan M., Guendon J.P., Locci J.M. (1991) – Méthode numérique pour l'étude de l'interaction sol – radier. 10e conférence européenne de mécanique des sols et des travaux de fondations, Florence (Italie), vol. 1, p. 363-366.

Combarieu O. (2006) – L'usage des modules de déformation en géotechnique. Revue française de géotechnique, N° 114.

Courbon J., Theillout J.N, Résistance des matériaux – Formulaire C2060 – Techniques de l'ingénieur, Traité de Construction.

Cuira F. et Brûlé S. (2017). Pratique de l'interaction sol-structure sous séisme, AFNOR Editions.

Cuira F., Simon B. (2008). Modélisation 3D simplifiée d'une plaque sur sol multicouche élastique, Revue Française de Géotechnique, N° 124.

Cuira F., Simon B. (2016). Apports de l'interaction sol structure dans les problèmes de fondation, 8^e JNGG, Nancy.

Frank R., Cuira F., et Burlon S. (2018). Calcul des fondations superficielles et profondes, Presses de Ponts.

Gazetas G. (1991). Formulas and charts for impedances of surfaces and embedded foundations. Journal of Geotechnical Engineering, 117, 9.

Hoang M.T., Cuira F., Burlon B. (2020). Vers une approche de calcul unifiée du tassement des semelles et des radiers, 10^{ème} JNGG, Lyon.

Pliskin L. (1999) - Dallages industriels sur sol. Revue Française de Génie Civil, vol. 3, n° 6, p. 423-436.

Potts D., Zdravkovic L. (1999). – Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering. Thomas Telford Publishing.

Poulos H.G and Davis E.H. (1974). Elastic solutions for soil and rock mechanics. John Wiley & Sons, 411 p.

Terzaghi K. (1943). Theoretical soil mechanics, Theory of Semi-infinite elastic solids (2nd edition).

Vezole P. (1986) – Interactions Sol – Structure, Méthode de calcul des pressions normales à l'interface dans quelques cas courants. Annales de l'institut technique du bâtiment et des travaux publics. N° 448.

Zienkiewicz O.G, Taylor R.L. (1991). The Finite Element Method. McGraw-Hill book Company (UK), 4th edition.

<h2>Annexe 1 – Dossier de validation</h2>

Table des matières

1.	Organisation du document.....	3
2.	Comparaison avec des solutions analytiques.....	4
2.1.	Solutions analytiques pour une fondation sur sol homogène	5
2.1.1.	Sous l'effet d'un chargement vertical centré	5
2.1.2.	Sous l'effet d'un chargement vertical excentré	8
2.2.	Solution analytique d'une plaque sur appuis élastiques.....	10
2.2.1.	Plaque flexible sur appui élastique homogène	10
2.2.2.	Plaque infiniment rigide – sans décollement	12
2.2.3.	Plaque infiniment rigide – avec décollement.....	13
2.3.	Solutions analytiques pour dalles sur appuis rigides	15
2.3.1.	Dalles rectangulaires	15
2.3.2.	Dalles circulaires.....	18
2.4.	Solutions RDM pour poutres droites.....	21
2.4.1.	Poutres sur appuis rigides	21
2.4.2.	Poutres hyperstatiques sur appuis élastiques.....	23
3.	Comparaison avec d'autres logiciels	25
3.1.	Cas d'une plaque sur massif multicouche	26
3.1.1.	Comparaison avec Plaxis 3D/2D	26
3.1.2.	Comparaison avec SASSI 2010.....	33
3.1.3.	Comparaison avec ALIZE LCPC.....	36
3.2.	Cas d'une plaque sur appuis élastiques ou rigides.....	39
3.2.1.	Comparaison avec EFFEL (Graitec)	39
3.2.2.	Comparaison avec Robot.....	42
4.	Tests de cohérence.....	44
4.1.	Comparaison entre deux types de maillage.....	45
4.1.1.	Triangulaire vs Rectangulaire	45
4.1.2.	Triangulaire vs Axisymétrique	47
4.2.	Bilan des réactions.....	49
4.2.1.	Cas d'une plaque sur sol multicouche	49
4.2.2.	Cas d'une plaque sur ressorts	50
4.3.	Bilan des tassements	51

1. Organisation du document

Le présent document présente l'ensemble des tests menés dans le cadre de la validation scientifique du programme TASPLAQ v4.x. Ce programme fait partie des huit modules de la suite logicielle Foxta v4 développée et commercialisée par Terrasol.

La démarche de validation s'est basée sur trois familles de tests :

- Comparaison avec des solutions analytiques Séries 211xx à 242xx
- Comparaison avec d'autres logiciels Séries 311xx à 322xx
- Tests de cohérence des résultats obtenus Séries 411xx à 430xx

La première famille de tests permet de vérifier la capacité des modèles utilisés (plaque et sol) à rendre compte des comportements élémentaires couverts par les solutions analytiques existantes : tassement et renversement d'une fondation rigide, décollement et effet de bord, flexion d'une plaque sur appuis rigides ou élastiques, solutions RDM pour poutres hyperstatiques etc.

La deuxième famille a permis de vérifier la pertinence du modèle (hybride) utilisé vis-à-vis des autres solutions logicielles éprouvées en ingénierie géotechnique et structure : des comparaisons ont ainsi été menées par rapport à des calculs éléments finis sous PLAXIS 3D/2D, des calculs de sous-structuration sous SASSI 2010, semi-analytiques sous ALIZE LCPC ou encore des calculs structure à partir des programmes EFFEL et ROBOT.

Enfin, la troisième famille a consisté en des tests de cohérence visant à contrôler la bonne implémentation « informatique » des modèles utilisés : en comparant les résultats obtenus par plusieurs types de maillage (triangulaire, rectangulaire ou axisymétrique) ; en vérifiant par des contre calculs analytiques le bilan des réactions vis-à-vis des charges extérieures ; en vérifiant par des contre calculs sur tableur le bilan des tassements vis-à-vis des pressions d'interaction calculées.

Au total, 135 tests ont été réalisés regroupés en 19 séries.

2. Comparaison avec des solutions analytiques

2.1. Solutions analytiques pour une fondation sur sol homogène

2.1.1. Sous l'effet d'un chargement vertical centré

Les tests menés dans cette section concernent des radiers soit infiniment souples soit infiniment rigides reposant sur un massif homogène de grande épaisseur. On compare ici les résultats issus de TASPLAQ avec ceux obtenus par application des tables de Giroud :

$$s = c_f \frac{qB(1 - \nu^2)}{E}$$

Où s désigne le tassement au centre, B le diamètre ou la largeur de la fondation, ν le coefficient de Poisson du sol et E son module d'Young. Le coefficient c_f est un facteur de forme qui dépend de l'élancement L/B de la fondation et est donné dans le tableau suivant

L/B	Circulaire	1	2	3	4
Fondation rigide	0,79	0,88	1,20	1,43	1,59
Fondation souple	1,00	1,12	1,53	1,78	1,96

Tableau 1 : Coefficients de forme c_f issus des tables de Giroud

10 configurations sont testées :

- TPL-21101 Fondation circulaire rigide de diamètre B
- TPL-21102 Fondation circulaire souple de diamètre B
- TPL-21103 Fondation carrée rigide de côté B
- TPL-21104 Fondation carrée souple de côté B
- TPL-21105 Fondation rectangulaire rigide avec $L = 2B$
- TPL-21106 Fondation rectangulaire souple avec $L = 2B$
- TPL-21107 Fondation rectangulaire rigide avec $L = 3B$
- TPL-21108 Fondation rectangulaire souple avec $L = 3B$
- TPL-21109 Fondation rectangulaire rigide avec $L = 4B$
- TPL-21110 Fondation rectangulaire souple avec $L = 4B$

Dans Tasplaq, les tests sont réalisés à la fois pour des maillages rectangulaires et triangulaires (figure suivante).

L'ensemble des fichiers tests est joint en annexe du présent dossier (Série 211xx).

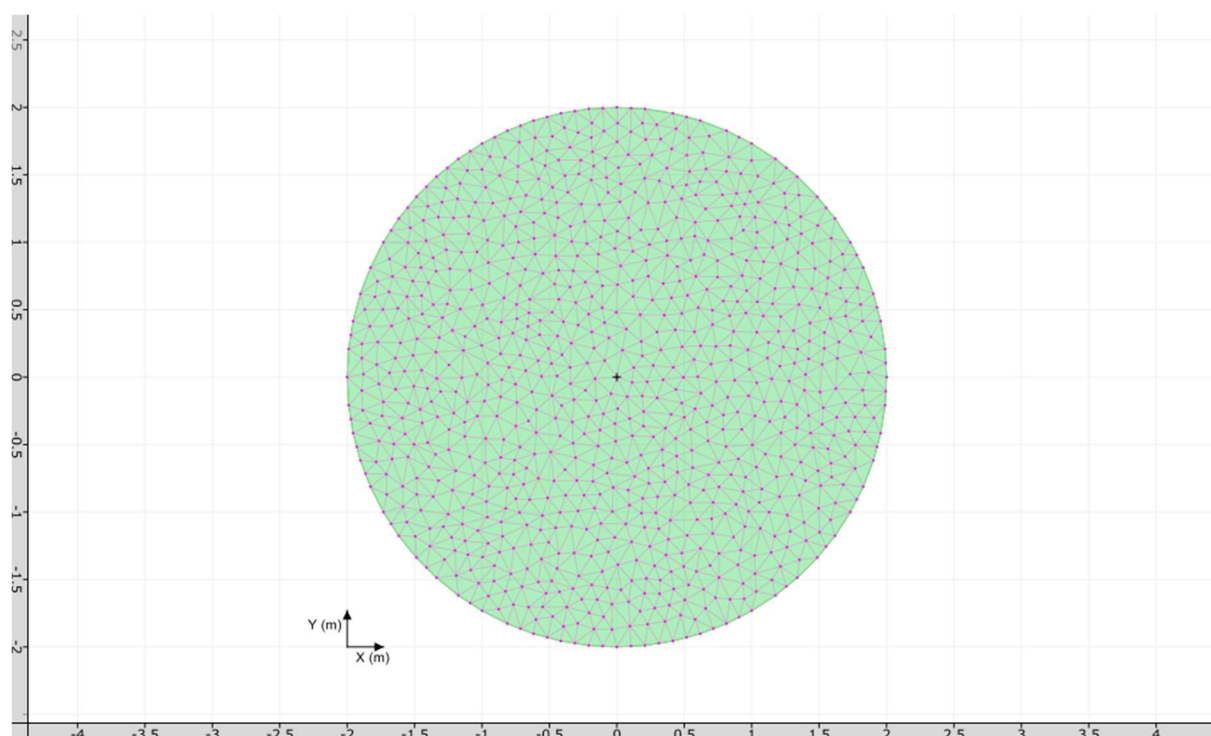


Figure 1 : Maillage triangulaire pour le cas test TPL 21101

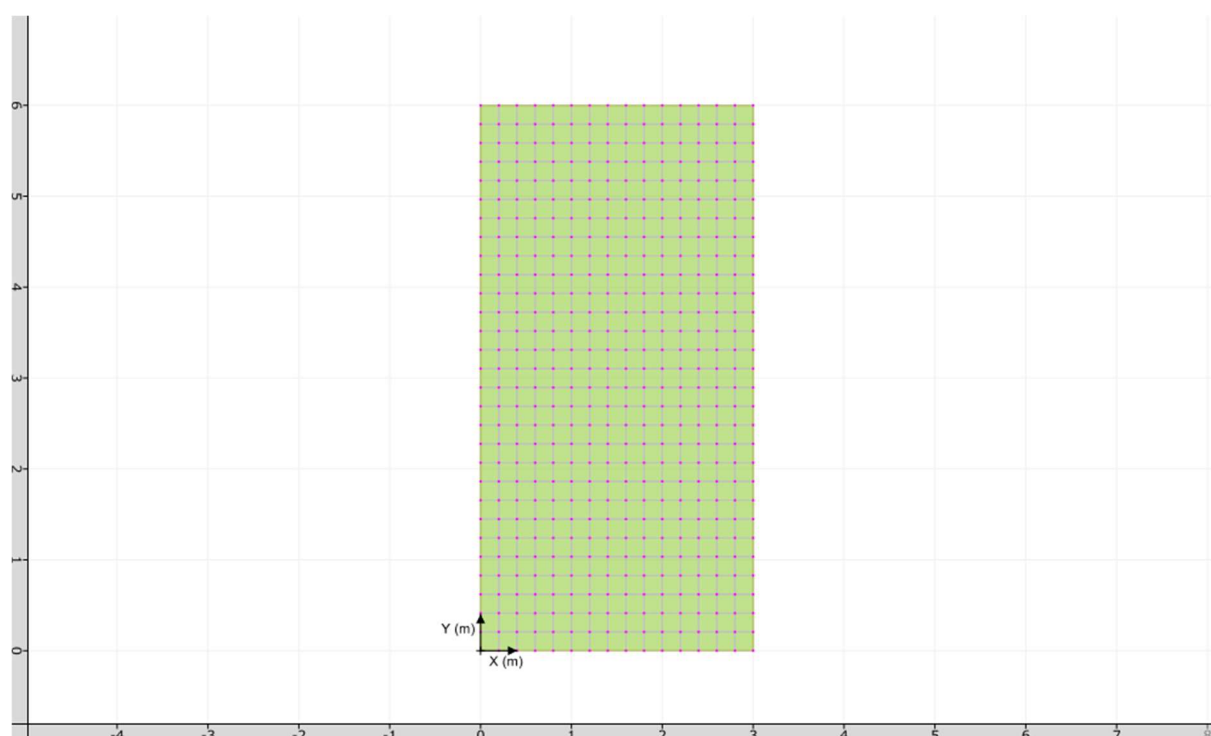


Figure 2 : Maillage rectangulaire pour le cas test TPL 21105

Le tableau suivant présente le résultat des comparaisons en terme de tassement normalisé $s.E/[qB(1-\nu^2)]$ correspondant en réalité au coefficient de forme des tables de Giroud.

Test	TASPLAQ v4.x	Solution de référence (Giroud, 1972)	Ecart relatif (%)
TPL-21101	0,79	0,79	<1%
TPL-21102	1,00	1,00	<1%
TPL-21103	0,86	0,88	~2%
TPL-21104	1,12	1,12	<1%
TPL-21105	1,17	1,20	~3%
TPL-21106	1,53	1,53	<1%
TPL-21107	1,39	1,43	~3%
TPL-21108	1,79	1,78	<1%
TPL-21109	1,56	1,59	~2%
TPL-21110	1,96	1,96	<1%

Tableau 2 : Résultats des tests de validation 211xx – Tassement normalisé (sans unité)

Les résultats obtenus témoignent de l'aptitude du modèle à rendre compte du comportement des fondations rigides comme souples. Les écarts sont inférieurs à 5%.

Notons par ailleurs que les modèles réalisés sous TASPLAQ permettent de mettre en évidence les effets de bord très caractéristiques des solutions d'élasticité avec en particulier une réaction du sol en partie centrale de l'ordre de 0,5 fois la pression moyenne appliquée comme le montre la figure suivante.

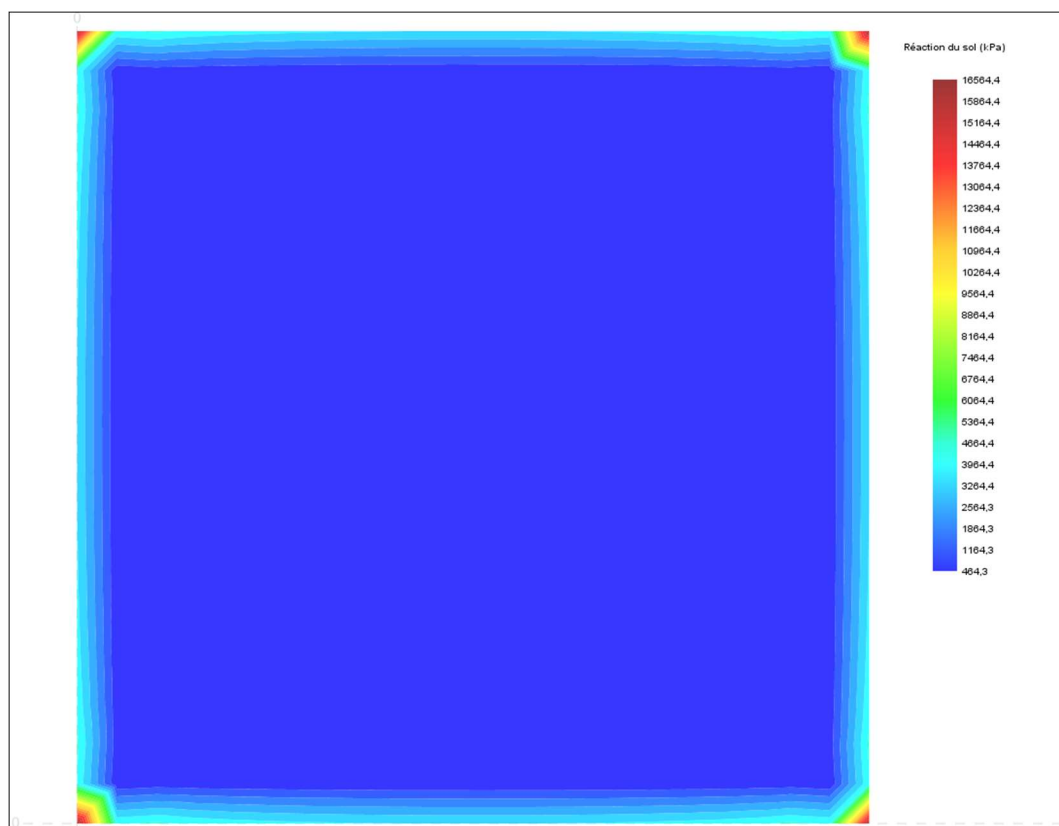


Figure 3 : Cas test TPL21103 – Mise en évidence de l'effet de bord (réaction du sol)

2.1.2. Sous l'effet d'un chargement vertical excentré

Sous l'effet d'un chargement excentré, on teste la capacité du modèle TASPLAQ à rendre compte de la raideur rotationnelle de la fondation (en l'absence de décollement). Pour une fondation infiniment rigide, nous avons les solutions analytiques suivantes (Gazetas, 1991):

- Semelle circulaire

$$K_M = \frac{M}{\theta} = \frac{EB^3}{6(1 - \nu^2)}$$

- Semelle rectangulaire

$$K_{Mx} = \frac{M_x}{\theta_x} = \frac{EB^3}{4(1 - \nu^2)} \left[0,1 + 0,8 \frac{L}{B} \right] \quad K_{My} = \frac{M_y}{\theta_y} = \frac{EB^3}{4(1 - \nu^2)} \left[0,9 \left(\frac{L}{B} \right)^{2,4} \right]$$

7 configurations sont testées (fondations rigides) :

- TPL-21201 Fondation circulaire de diamètre B
- TPL-21202 Fondation rectangulaire avec $L = 2B$ soumise à M_x
- TPL-21203 Fondation rectangulaire avec $L = 2B$ soumise à M_y
- TPL-21204 Fondation rectangulaire avec $L = 3B$ soumise à M_x
- TPL-21205 Fondation rectangulaire avec $L = 3B$ soumise à M_y
- TPL-21206 Fondation rectangulaire avec $L = 4B$ soumise à M_x
- TPL-21207 Fondation rectangulaire avec $L = 4B$ soumise à M_y

Pour chacun des tests réalisés, la fondation est soumise à l'application d'un moment de renversement M . La raideur rotationnelle est le rapport entre le moment appliqué et la rotation θ qui en résulte.

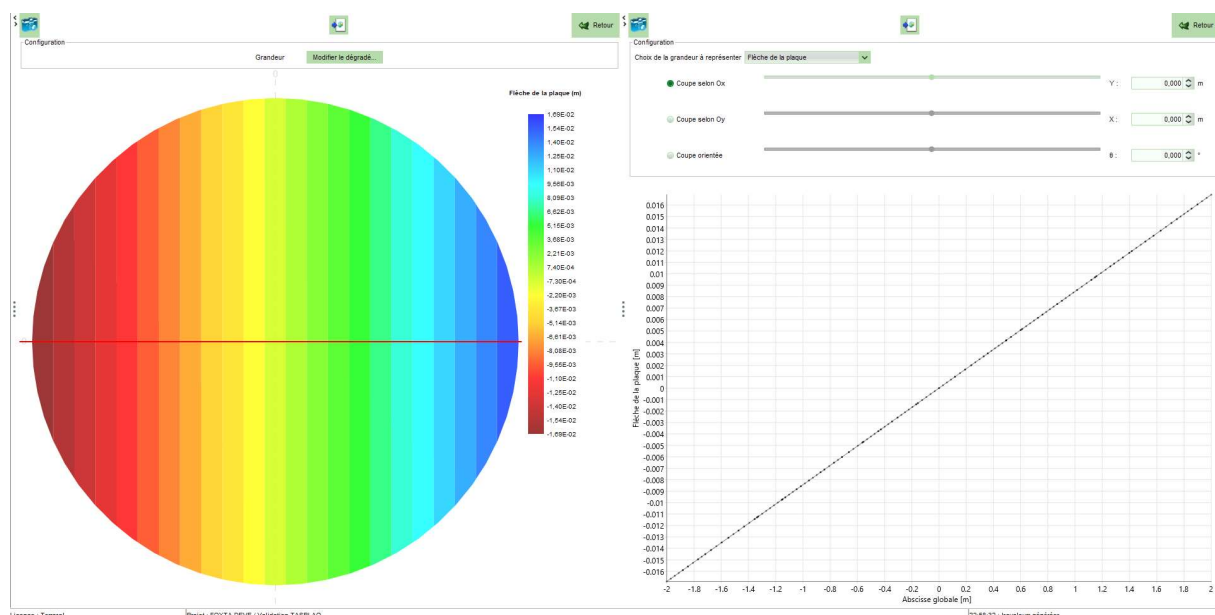


Figure 4 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL 21201

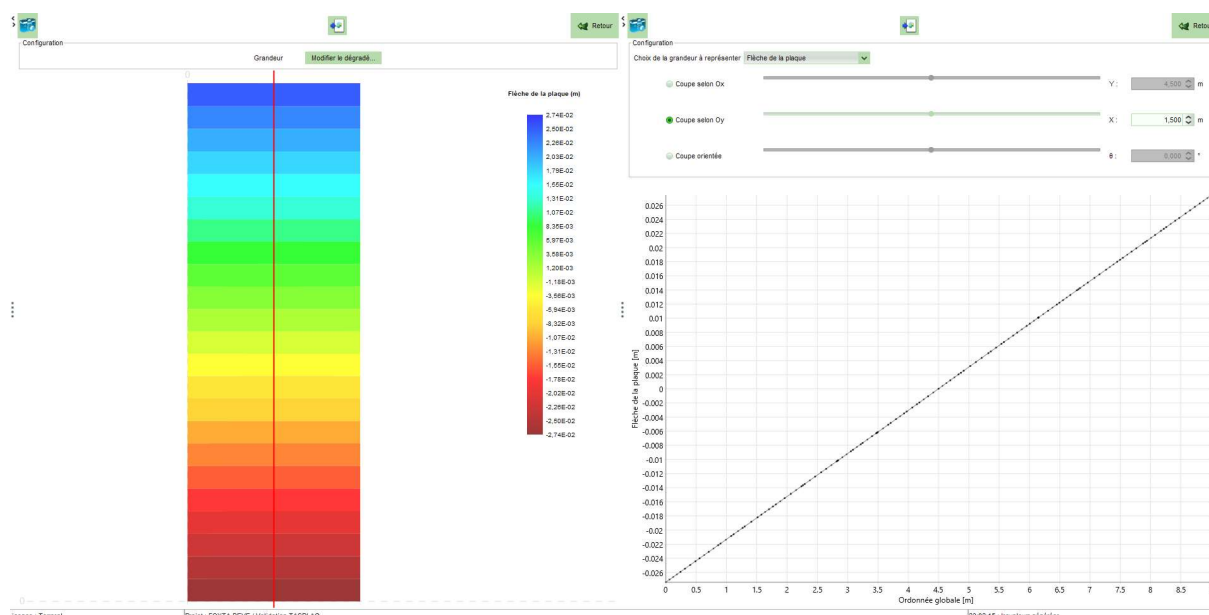


Figure 5 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL 21205

Le calcul étant élastique, les résultats sont présentés dans le tableau suivant en terme de raideur « normalisée » $K_M(1-\nu^2)/(EB^3)$, pour les différentes configurations géométriques examinées.

Test	TASPLAQ v4.x	Solution de référence (Gazetas, 1991)	Ecart relatif (%)
TPL-21201	0,162	0,167	~3%
TPL-21202	0,445	0,425	~5%
TPL-21203	1,219	1,187	~3%
TPL-21204	0,633	0,625	~1%
TPL-21205	3,203	3,142	~2%
TPL-21206	0,826	0,825	<1%
TPL-21207	6,393	6,268	~2%

Tableau 3 : Résultats des tests de validation 212xx – Raideur normalisée (sans unité)

L'ensemble des fichiers tests est joint en annexe du présent dossier (Série 212xx).

Les résultats obtenus témoignent de l'aptitude du modèle à rendre compte du comportement des fondations rigides sous chargement rotationnel. Les écarts n'excèdent pas 5%.

2.2. Solution analytique d'une plaque sur appuis élastiques

2.2.1. Plaque flexible sur appui élastique homogène

La flèche d'une plaque rectangulaire infiniment souple reposant sur une distribution de ressorts homogènes et soumise à l'application d'une force ponctuelle Q en son centre s'exprime comme suit :

$$w = \frac{Q}{8} \sqrt{\frac{1 - \nu^2}{k_s EI}}$$

Où k_s est la raideur surfacique des ressorts, EI le produit d'inertie de la plaque et ν son coefficient de Poisson.

Pour un calcul en déformations planes (flexion selon Ox uniquement), des solutions analytiques existent et permettent d'exprimer la flèche d'une poutre sur appuis élastiques selon l'expression :

$$w(x) = e^{x/l_0} \left[a_1 \cos \frac{x}{l_0} + a_2 \sin \frac{x}{l_0} \right] + e^{-x/l_0} \left[a_3 \cos \frac{x}{l_0} + a_4 \sin \frac{x}{l_0} \right] \quad \text{avec } l_0 = \sqrt[4]{\frac{4EI}{k_s}}$$

Où a_1 , a_2 , a_3 et a_4 sont fonctions des conditions aux limites.

7 configurations ont été testées (L_x désigne la longueur selon Ox) :

- TPL-22101 Plaque souple sous charge ponctuelle (problème 3D)
- TPL-22102 Poutre avec $l_0 = L_x$ soumise à un effort linéique (problème plan)
- TPL-22103 Poutre avec $l_0 = L_x$ soumise à un moment linéique (problème plan)
- TPL-22104 Poutre avec $l_0 = L_x/2$ soumise à un effort linéique (problème plan)
- TPL-22105 Poutre avec $l_0 = L_x/2$ soumise à un moment linéique (problème plan)
- TPL-22106 Poutre avec $l_0 = L_x/3$ soumise à un effort linéique (problème plan)
- TPL-22107 Poutre avec $l_0 = L_x/3$ soumise à un moment linéique (problème plan)

Le tableau suivant présente les résultats des tests réalisés en terme de flèche maximale exprimée en mm. Les résultats obtenus témoignent de l'excellente précision du modèle de plaque utilisé.

Test	TASPLAQ v4.x	Solution analytique (Calcul sous Excel)	Ecart relatif (%)
TPL-22101	15,3	15,3	<1%
TPL-22102	47,3	47,3	<1%
TPL-22103	68,1	68,1	<1%
TPL-22104	26,6	26,6	<1%
TPL-22105	24,9	24,9	<1%
TPL-22106	23,6	23,5	<1%
TPL-22107	21,9	21,9	<1%

Tableau 4 : Résultats des tests de validation 221xx – Flèche maximale (mm)

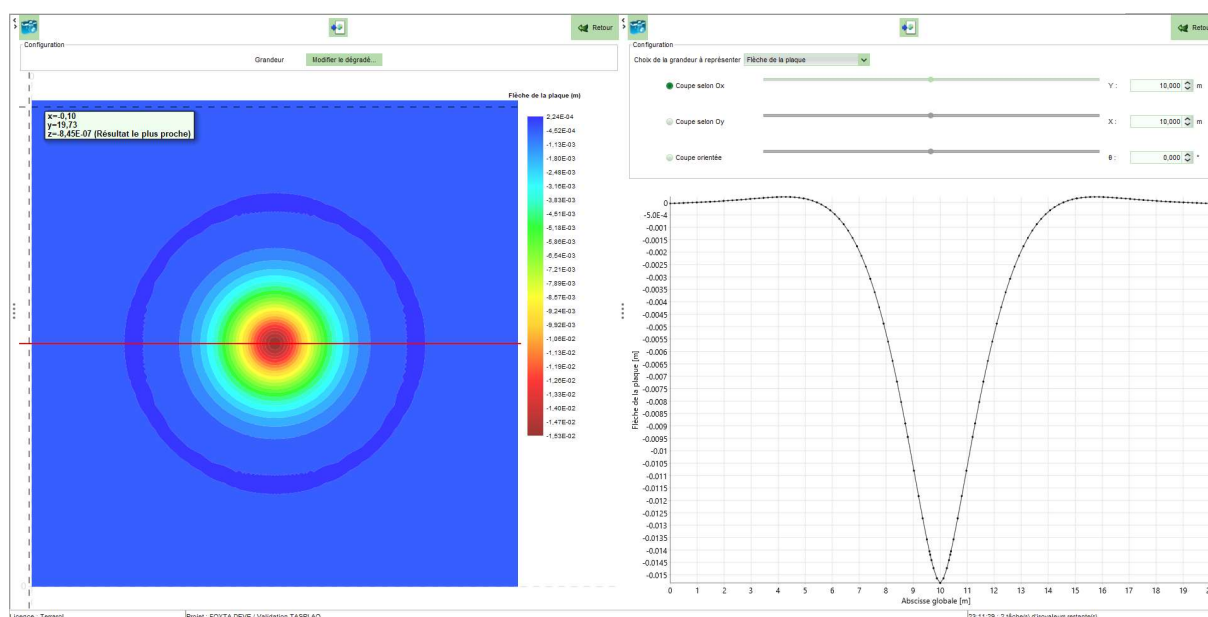


Figure 6 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL 22101

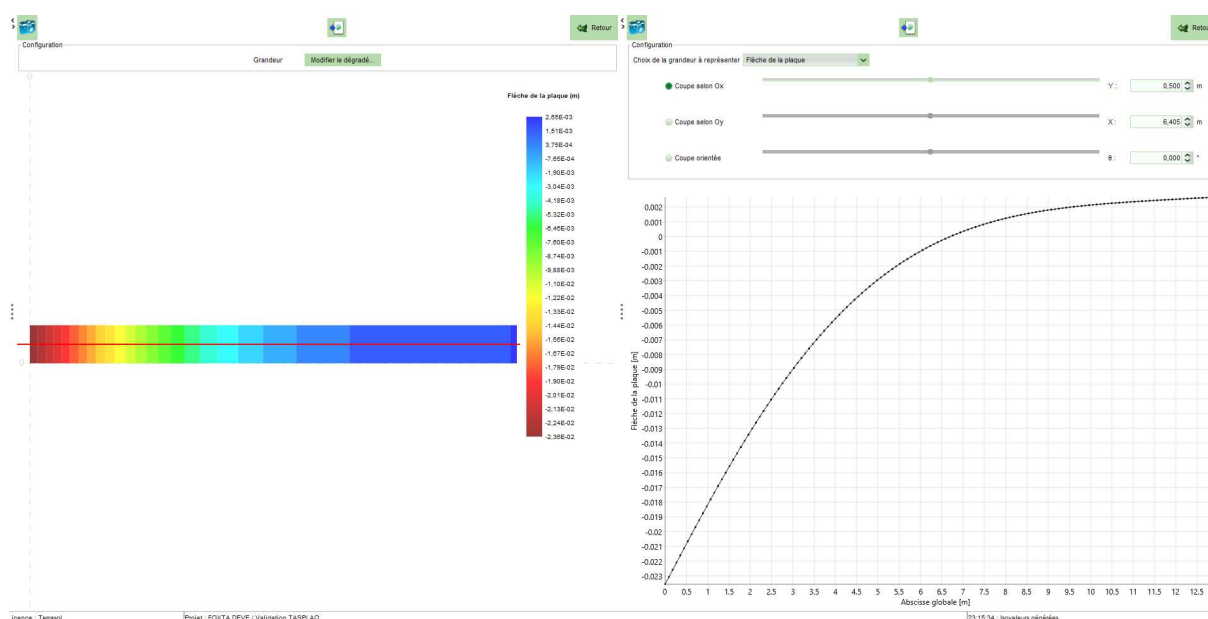


Figure 7 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL 22106

L'ensemble des fichiers tests est joint en annexe du présent dossier (Série 221xx).

2.2.2. Plaque infiniment rigide – sans décollement

Les résultats du modèle TASPLAQ sont confrontés aux solutions analytiques pour fondations infiniment rigides sous chargement excentré et reposant sur un appui élastique homogène. On cherche à comparer les valeurs max et min des pressions d'interaction en l'absence de décollement. Analytiquement, la réaction $p(x,y)$ sous une fondation rectangulaire rigide ($B \times L$) soumise à un chargement (Q, M_x, M_y) a pour valeurs extrêmes :

$$p_{\max} = \frac{1}{BL}Q + \frac{6}{B^2L}M_x + \frac{6}{L^2B}M_y \quad p_{\min} = \frac{1}{BL}Q - \frac{6}{B^2L}M_x - \frac{6}{L^2B}M_y$$

Pour une fondation circulaire, soumise à (Q, M), nous on a :

$$p_{\max} = \frac{4}{\pi B^2}Q + \frac{32}{\pi B^3}M \quad p_{\min} = \frac{4}{\pi B^2}Q - \frac{32}{\pi B^3}M$$

3 configurations sont testées

- TPL-22201 Fondation rectangulaire sous chargement excentré selon X
- TPL-22202 Fondation rectangulaire sous chargement excentré selon X et Y
- TPL-22203 Fondation circulaire sous chargement excentré

Le résultat des comparaisons est présenté dans les tableaux suivants. Les écarts sont inférieurs à 1%.

Test	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-22201	120,8	120,8	<1%
TPL-22202	237,4	237,5	<1%
TPL-22203	143,6	143,2	<1%

Tableau 5 : Résultats des tests de validation 222xx – Pression maximale (kPa)

Test	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-22201	45,8	45,8	<1%
TPL-22202	12,4	12,5	<1%
TPL-22203	15,8	15,9	<1%

Tableau 6 : Résultats des tests de validation 222xx – Pression minimale (kPa)

L'ensemble des fichiers tests est joint en annexe du présent dossier (Série 222xx).

2.2.3. Plaque infiniment rigide – avec décollement

On s'intéresse à présent aux situations où l'excentrement du chargement provoque un décollement de la fondation. Celle-ci étant toujours supposée comme indéformable par rapport au support.

Pour une fondation rectangulaire $B \times L$, soumise à un chargement excentré (Q, M) selon B , la largeur comprimée B_c s'exprime ainsi :

$$B_c = \frac{3}{2} \left(B - 2 \frac{M}{Q} \right)$$

Pour une fondation annulaire de rayon extérieur R_{ext} et de rayon intérieur R_{int} , on peut estimer la largeur comprimée B_c , pour un chargement excentré de $e (= M/Q)$ par rapport au centre de la fondation, à partir des abaques fournis dans les recommandations CFMS pour les Eoliennes Offshore (2018).

7 configurations sont testées

- TPL-22301 Fondation rectangulaire sous $M/Q = B/5$
- TPL-22302 Fondation rectangulaire sous $M/Q = B/4$
- TPL-22303 Fondation rectangulaire sous $M/Q = B/3$
- TPL-22304 Fondation circulaire ($R_{\text{int}}/R_{\text{ext}} = 0$) sous $M/Q = 0,4R_{\text{ext}}$
- TPL-22305 Fondation circulaire ($R_{\text{int}}/R_{\text{ext}} = 0$) sous $M/Q = 0,6R_{\text{ext}}$
- TPL-22306 Fondation annulaire ($R_{\text{int}}/R_{\text{ext}} = 0,6$) sous $M/Q = 0,6R_{\text{ext}}$
- TPL-22307 Fondation annulaire ($R_{\text{int}}/R_{\text{ext}} = 0,6$) sous $M/Q = 0,7R_{\text{ext}}$

Le tableau qui suit présente le résultat des comparaisons menées en terme de largeur comprimée B_c rapportée à la largeur totale B (ou au diamètre extérieur pour les cas circulaires et annulaires). Une parfaite concordance est à souligner entre les solutions analytiques et ceux issus de TASPLAQ.

Test	TASPLAQ v4.x	Solution de référence (Guide CFMS 2018)	Ecart relatif (%)
TPL-22301	0,90	0,90	<1%
TPL-22302	0,75	0,75	<1%
TPL-22303	0,50	0,50	<1%
TPL-22304	0,75	0,75	<1%
TPL-22305	0,50	0,50	<1%
TPL-22306	0,60	0,60	<1%
TPL-22307	0,40	0,40	<1%

Tableau 7 : Résultats des tests de validation 223xx – Rapport B_c/B (sans unité)

Les figures qui suivent illustrent la mise en œuvre de TASPLAQ pour quelques tests.

L'ensemble des fichiers tests est joint en annexe du présent dossier (Série 223xx).

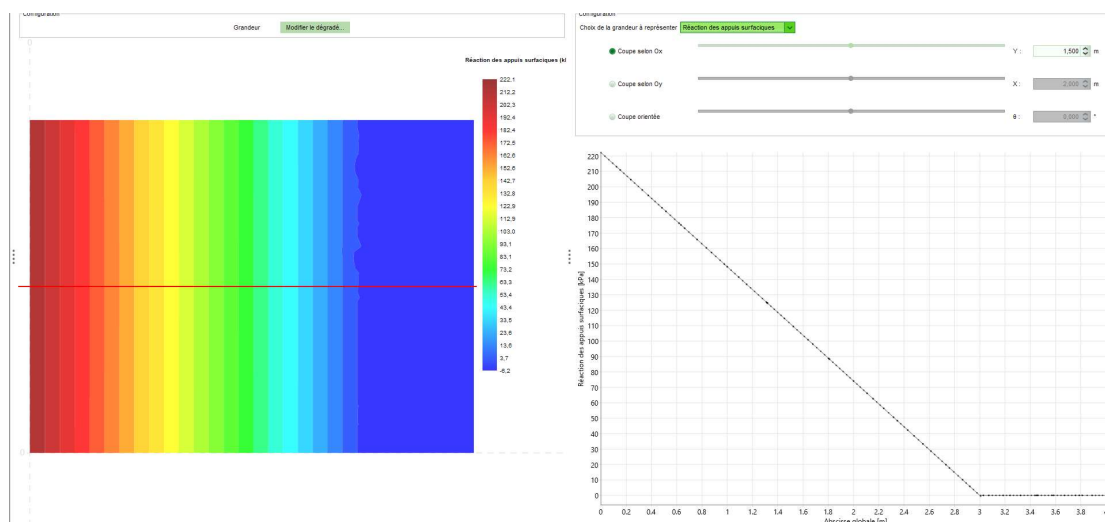


Figure 8 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL 22302

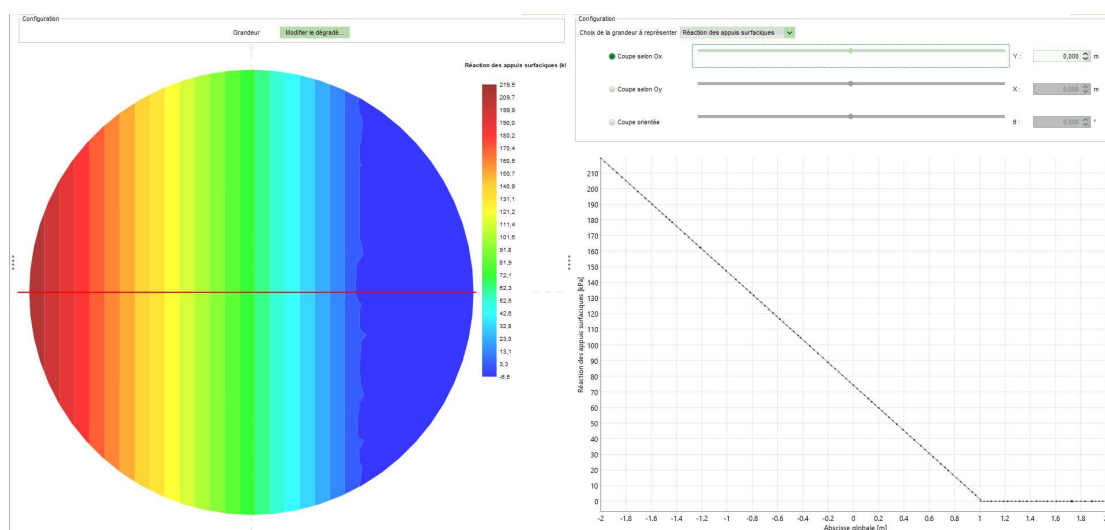


Figure 9 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL 22304

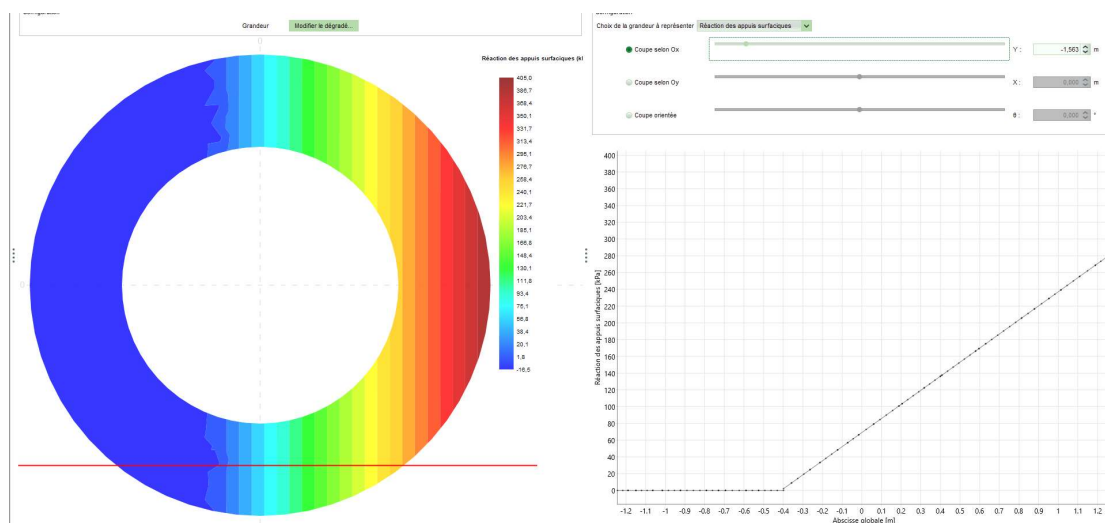


Figure 10 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL 22306

2.3. Solutions analytiques pour dalles sur appuis rigides

2.3.1. Dalles rectangulaires

Cette évaluation a porté sur le cas d'une plaque rectangulaire appuyée sur ses bords. La solution de référence est celle fournie par les techniques de l'ingénieur¹. La comparaison porte à la fois sur la flèche maximale et les moments fléchissants.

8 configurations sont testées :

	Conditions d'appui	Chargement
• TPL-23101	4 côtés articulés	Surfacique
• TPL-23102	4 côtés articulés	Linéique
• TPL-23103	2 côtés articulés + 2 côtés encastrés	Surfacique
• TPL-23104	2 côtés articulés + 2 côtés encastrés	Linéique
• TPL-23105	3 côtés articulés + 1 côté libre	Surfacique
• TPL-23106	3 côtés articulés + 1 côté libre	Linéique
• TPL-23107	2 côtés articulés + 1 côté encastré + 1 côté libre	Surfacique
• TPL-23108	4 côtés encastrés	Surfacique

L'ensemble des fichiers tests est joint en annexe du présent dossier (Série 231xx).

Le tableau suivant présente les résultats des comparaisons en termes de flèche maximale. Les écarts n'excèdent pas 1% pour toutes les configurations étudiées.

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-23101	21,6	21,6	<1%
TPL-23102	12,1	12,1	<1%
TPL-23103	18,0	18,0	<1%
TPL-23104	15,1	15,1	<1%
TPL-23105	30,0	30,1	<1%
TPL-23106	34,4	34,5	<1%
TPL-23107	24,2	24,2	<1%
TPL-23108	17,9	17,9	<1%

Tableau 8 : Résultats des tests de validation 231xx – Flèche maximale (mm)

Les comparaisons des moments fléchissants selon O_x et O_y font l'objet des tableaux qui suivent. Les écarts n'excèdent pas 5% pour l'ensemble des configurations étudiées.

¹ Fascicule C 2060 – pages 108 – 122.

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-23101	+400	+400	<1%
TPL-23102	+182	+182	<1%
TPL-23103	+339	+338	<1%
TPL-23104	+318	+318	<1%
TPL-23105	+520	+519	<1%
TPL-23106	+340	+342	<1%
TPL-23107	+853	+852	<1%
TPL-23108	-851	+857	<1%

Tableau 9 : Résultats des tests de validation 231xx – Moment fléchissant Mx (kNm/ml)

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-23101	+153	+147	~4%
TPL-23102	+122	+122	<1%
TPL-23103	-475	-476	<1%
TPL-23104	-590	-612	~4%
TPL-23105	+146	-	-
TPL-23106	+98	-	-
TPL-23107	-1 058	-1 060	<1%
TPL-23108	-1 132	-1 135	<1%

Tableau 10 : Résultats des tests de validation 231xx – Moment fléchissant My (kNm/ml)

Les figures qui suivent illustrent la mise en œuvre dans TASPLAQ de certains cas tests.

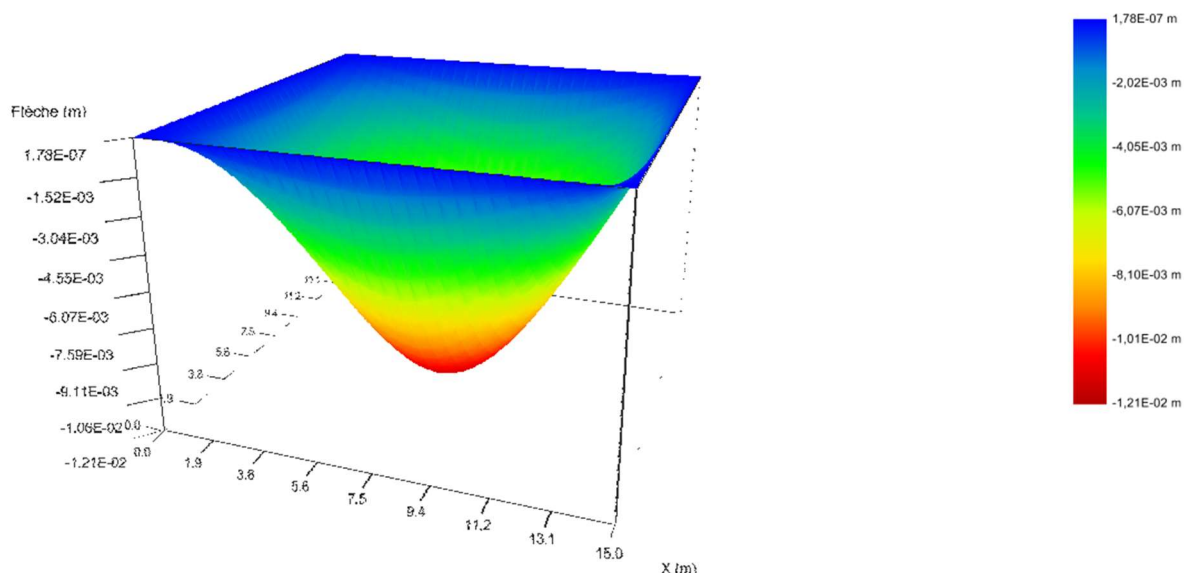


Figure 11 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL 23102 – Flèche de la plaque

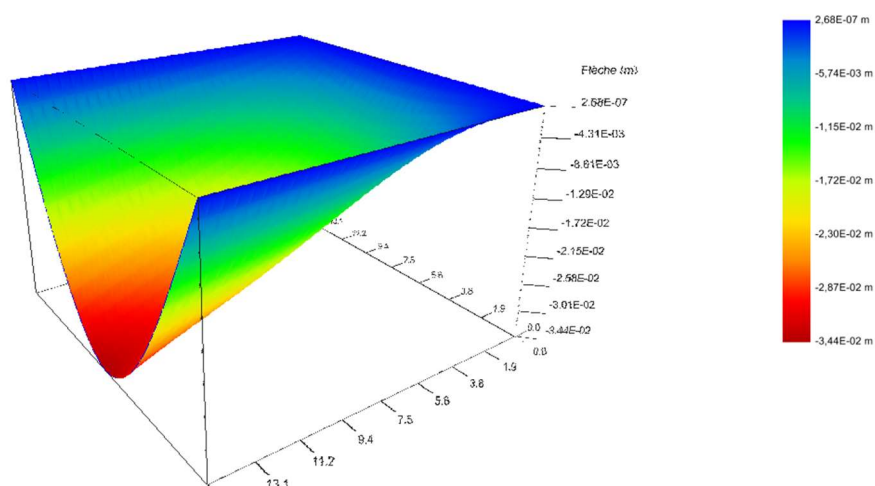


Figure 12 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL 23106 – Flèche

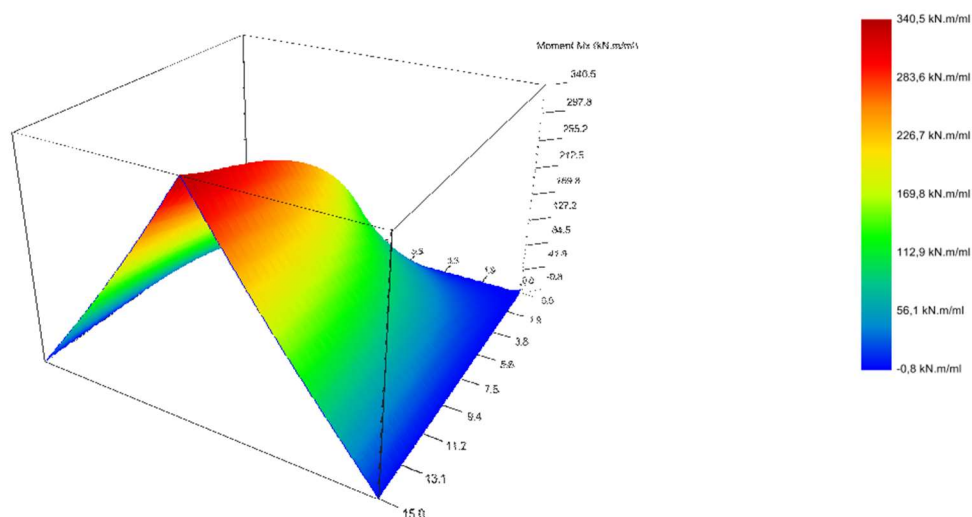


Figure 13 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL 23106 – Mx

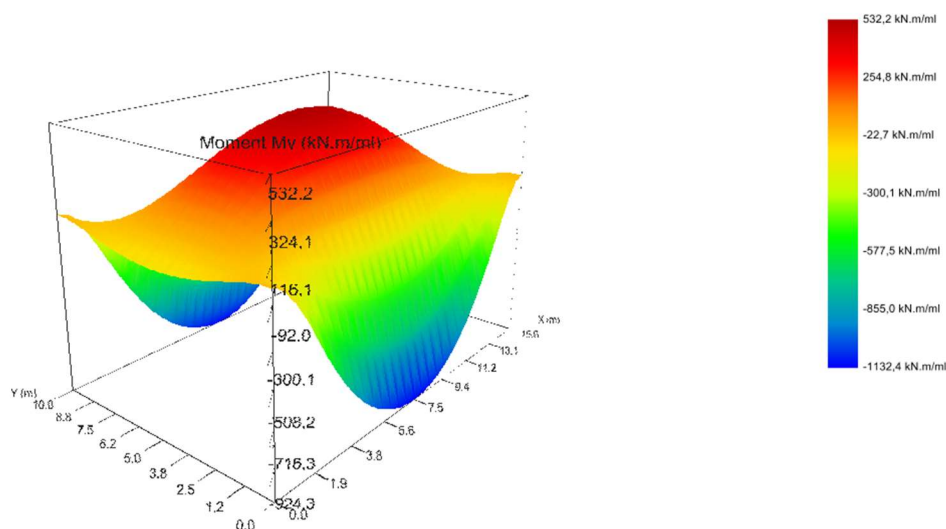


Figure 14 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL 23108 – My

2.3.2. Dalles circulaires

Cette évaluation a porté sur le cas de plaques circulaires ou annulaires appuyées sur leurs bords. La solution de référence est celle fournie par les techniques de l'ingénieur². La comparaison porte à la fois sur la flèche maximale, les moments fléchissants (radial et tangentiel), ainsi que l'effort tranchant.

6 configurations sont testées :

	Conditions d'appui	Chargement
• TPL-23201	Plaque circulaire articulée au bord	Surfacique
• TPL-23202	Plaque circulaire articulée au bord	Linéique
• TPL-23203	Plaque circulaire articulée au bord	Surfacique localisé
• TPL-23204	Plaque circulaire encastrée au bord	Surfacique
• TPL-23205	Plaque circulaire encastrée au bord	Linéique
• TPL-23206	Plaque circulaire encastrée au bord	Surfacique localisé

Dans TASPLAQ, toutes ces configurations ont été étudiées à l'aide d'un maillage axisymétrique.

Les tableaux qui suivent présentent les comparaisons établies. Les écarts demeurent inférieurs à 1% pour toutes les configurations étudiées, témoignant ainsi de l'excellente précision du modèle de plaque utilisé et la procédure d'intégration implémentée pour le calcul des sollicitations (en maillage axisymétrique).

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-23201	19,5	19,5	<1%
TPL-23202	11,2	11,2	<1%
TPL-23203	14,9	14,9	<1%
TPL-23204	17,1	17,1	<1%
TPL-23205	12,9	12,9	<1%
TPL-23206	25,1	25,1	<1%

Tableau 11 : Résultats des tests de validation 232xx – Flèche maximale (mm)

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-23201	+250	+250	<1%
TPL-23202	+144	+144	<1%
TPL-23203	+208	+208	<1%
TPL-23204	-396	-400	~1%
TPL-23205	-128	-129	<1%
TPL-23206	-208	-209	<1%

Tableau 12 : Résultats des tests de validation 232xx – Moment radial Mr (kNm/ml)

² Fascicule C 2060 – pages 93 – 102.

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-23201	+126	+125	<1%
TPL-23202	+67,7	+67,2	<1%
TPL-23203	+89,3	+88,6	<1%
TPL-23204	+240	+240	<1%
TPL-23205	+99,2	+99,2	<1%
TPL-23206	+274	+274	<1%

Tableau 13 : Résultats des tests de validation 232xx – Moment tangentiel Mt (kNm/ml)

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-23201	+125	+125	<1%
TPL-23202	+100	+100	<1%
TPL-23203	+90,0	+90,0	<1%
TPL-23204	+200	+200	<1%
TPL-23205	+100	+100	<1%
TPL-23206	+150	+150	<1%

Tableau 14 : Résultats des tests de validation 232xx – Effort tranchant Tr (kN/ml)

Les figures suivantes donnent quelques comparaisons graphiques. L'ensemble des fichiers tests est joint en annexe du présent dossier (Série 232xx).

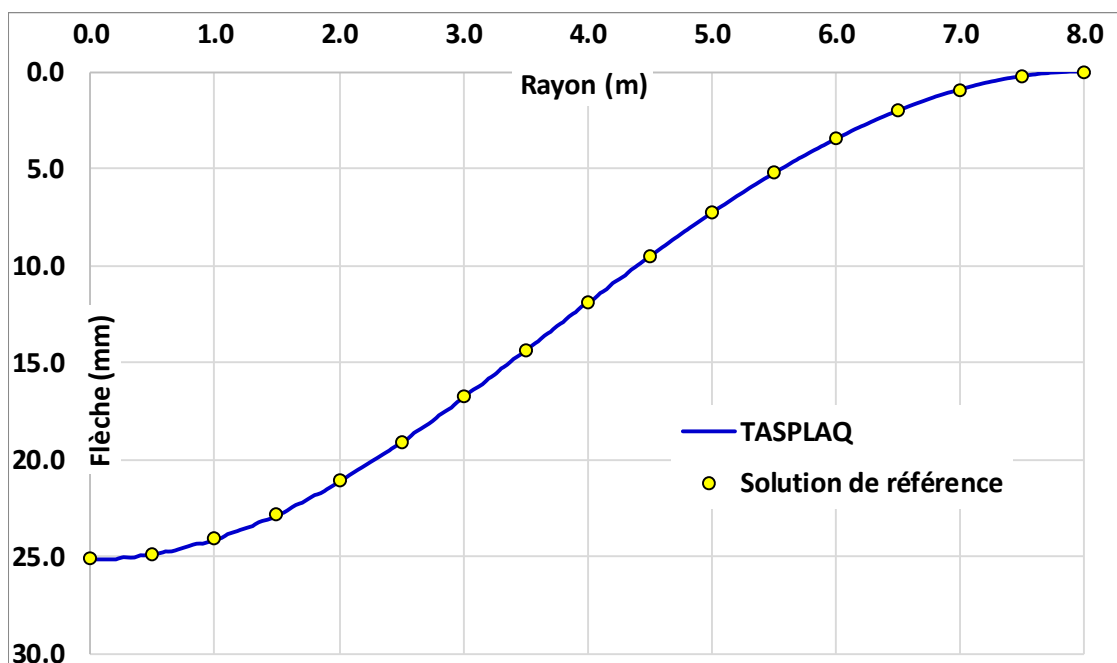


Figure 15 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL 23206 – Flèche

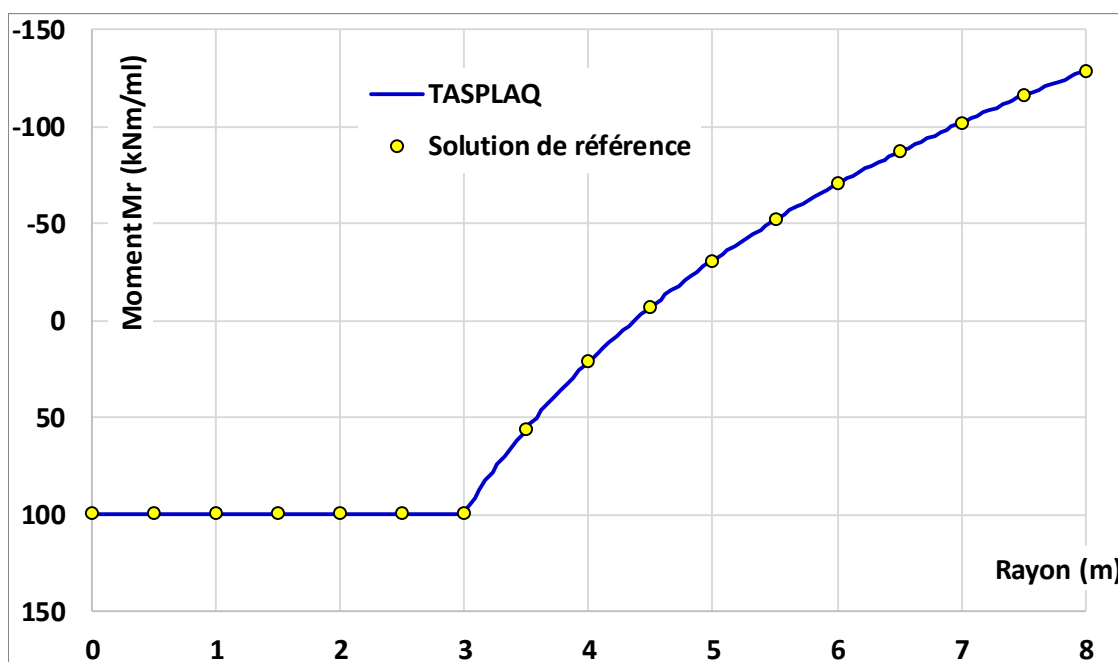


Figure 16 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL 23205 – Moment M_r

2.4. Solutions RDM pour poutres droites

2.4.1. Poutres sur appuis rigides

On compare dans cette section les résultats obtenus par TASPLAQ à ceux issus d'un traitement analytique (formulaires RDM des Techniques de l'ingénieur, C2060 – p25 à 56). La comparaison porte sur l'effort tranchant, le moment fléchissant et la flèche.

10 configurations sont testées :

- TPL-24101 Poutre bi-articulée (charge uniforme)
- TPL-24102 Poutre bi-articulée (charge ponctuelle)
- TPL-24103 Poutre bi-articulée (charge triangulaire)
- TPL-24104 Poutre en console (charge triangulaire)
- TPL-24105 Poutre bi-encastree (charge uniforme)
- TPL-24106 Poutre bi-encastree (charge ponctuelle)
- TPL-24107 Poutre bi-encastree (charge triangulaire)
- TPL-24108 Poutre encastree d'un côté et articulée de l'autre (charge uniforme)
- TPL-24109 Poutre encastree d'un côté et articulée de l'autre (charge ponctuelle)
- TPL-24110 Poutre encastree d'un côté et articulée de l'autre (charge triangulaire)

Les tableaux qui suivent présentent les comparaisons établies. Les écarts demeurent inférieurs à 1% pour toutes les configurations étudiées, témoignant ainsi de l'excellente précision du modèle de plaque utilisé et la procédure d'intégration implémentée pour le calcul des sollicitations (en 2D).

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-24101	62,5	62,5	<1%
TPL-24102	20,0	20,0	<1%
TPL-24103	31,3	31,3	<1%
TPL-24104	32,0	32,0	<1%
TPL-24105	25,0	25,0	<1%
TPL-24106	22,8	22,8	<1%
TPL-24107	12,6	12,6	<1%
TPL-24108	26,0	26,0	<1%
TPL-24109	47,0	47,0	<1%
TPL-24110	11,4	11,4	<1%

Tableau 15 : Résultats des tests de validation 241xx – Flèche maximale (en mm)

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-24101	+625	+625	<1%
TPL-24102	+250	+250	<1%
TPL-24103	+321	+321	<1%
TPL-24104	-167	-167	~1%
TPL-24105	-833	-833	<1%
TPL-24106	-720	-720	<1%
TPL-24107	-500	-500	<1%
TPL-24108	-625	-625	<1%
TPL-24109	+864	+864	<1%
TPL-24110	-333	-333	<1%

Tableau 16 : Résultats des tests de validation 241xx – Moment fléchissant Mx (kNm/ml)

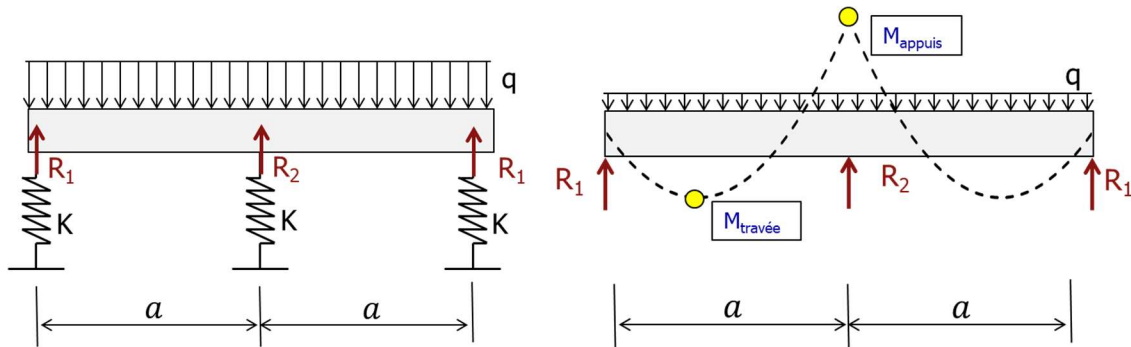
	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-24101	+250	+250	<1%
TPL-24102	+50,0	+50,0	<1%
TPL-24103	-167	-167	<1%
TPL-24104	-50,0	-50,0	<1%
TPL-24105	+500	+500	<1%
TPL-24106	-324	-324	<1%
TPL-24107	-350	-350	<1%
TPL-24108	-312	-312	<1%
TPL-24109	-284	-284	<1%
TPL-24110	-200	-200	<1%

Tableau 17 : Résultats des tests de validation 241xx – Effort tranchant Tx (kN/ml)

L'ensemble des fichiers tests est joint en annexe du présent dossier (Série 241xx).

2.4.2. Poutres hyperstatiques sur appuis élastiques

On compare dans cette section les résultats obtenus par TASPLAQ à ceux issus d'un traitement analytique pour des poutres hyperstatiques sur appuis élastiques. La comparaison porte sur les moments fléchissants sur appui M_{appui} et en travée $M_{\text{travée}}$ comme le montre la figure suivante.



La solution analytique du problème de la figure ci-dessus s'établit comme suit :

$$M_{\text{travée}} = + \frac{(R_1)^2}{2q} \quad M_{\text{appui}} = - \frac{qa^2}{2} + R_1a$$

Avec :

$$R_2 = 2qa \frac{\frac{5}{8} + 3\beta}{1 + 3\beta \left(1 + 2\frac{K_1}{K_2}\right)} \quad R_1 = qa - \frac{R_2}{2} \quad \beta = \frac{EI}{a^3 K_1}$$

Nous avons ainsi testé 9 configurations correspondant à différents niveaux de rigidité relative ($\beta = 0,01$ à 1) et de contrastes de rigidité entre l'appui central et ceux périphériques :

- TPL-24201 Calcul pour $K_2 = 1,0K_1$ et $\beta = 0,01$
- TPL-24202 Calcul pour $K_2 = 1,0K_1$ et $\beta = 0,1$
- TPL-24203 Calcul pour $K_2 = 1,0K_1$ et $\beta = 1,0$
- TPL-24204 Calcul pour $K_2 = 2,0K_1$ et $\beta = 0,01$
- TPL-24205 Calcul pour $K_2 = 2,0K_1$ et $\beta = 0,1$
- TPL-24206 Calcul pour $K_2 = 2,0K_1$ et $\beta = 1,0$
- TPL-24207 Calcul pour $K_2 = 0,5K_1$ et $\beta = 0,01$
- TPL-24208 Calcul pour $K_2 = 0,5K_1$ et $\beta = 0,1$
- TPL-24209 Calcul pour $K_2 = 0,5K_1$ et $\beta = 1,0$

Les tableaux qui suivent présentent les comparaisons établies. Les écarts demeurent inférieurs à 1% pour toutes les configurations étudiées, témoignant ainsi de l'excellente précision du modèle de plaque utilisé et la procédure d'intégration implémentée pour le calcul des sollicitations (ici, en 2D).

Les valeurs données dans les tableaux ci-dessous sont normalisés = $M/(qa^2)$.

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-24201	-0,101	-0,101	<1%
TPL-24202	+0,013	+0,013	<1%
TPL-24203	+0,138	+0,138	<1%
TPL-24204	-0,118	-0,118	<1%
TPL-24205	-0,078	-0,078	<1%
TPL-24206	-0,018	-0,018	<1%
TPL-24207	-0,070	-0,070	<1%
TPL-24208	+0,013	+0,013	<1%
TPL-24209	+0,273	+0,273	<1%

Tableau 18 : Résultats des tests de validation 242xx – Moment sur appui normalisé

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-24201	+0,080	+0,080	<1%
TPL-24202	+0,132	+0,132	<1%
TPL-24203	+0,203	+0,203	<1%
TPL-24204	+0,073	+0,073	<1%
TPL-24205	+0,090	+0,089	~1%
TPL-24206	+0,116	+0,116	<1%
TPL-24207	+0,093	+0,093	<1%
TPL-24208	+0,198	+0,198	<1%
TPL-24209	+0,299	+0,299	<1%

Tableau 19 : Résultats des tests de validation 242xx – Moment en travée normalisé

L'ensemble des fichiers tests est joint en annexe du présent dossier (Série 242xx).

3. Comparaison avec d'autres logiciels

3.1. Cas d'une plaque sur massif multicouche

3.1.1. Comparaison avec Plaxis 3D/2D

On présente dans cette section une série de comparaisons menées à partir de modélisations numériques réalisées à l'aide du logiciel Plaxis 3D pour les configurations 3D (TPL-31101 TPL-31107) et Plaxis 2D pour les configurations 2D (TPL-31108 à TPL-31110).

10 configurations sont testées :

- TPL-31101 Dallage rectangulaire sous charges ponctuelles
- TPL-31102 Dallage rectangulaire sous charge répartie
- TPL-31103 Radier rectangulaire chargement réparti
- TPL-31104 Poutre de roulement soumise à décollement
- TPL-31105 Radier en L sous chargement localisé
- TPL-31106 Radier polygonal sous chargement hétérogène
- TPL-31107 Interaction entre deux radiers et un remblai
- TPL-31108 Fondation d'un réservoir circulaire avec voile périphérique
- TPL-31109 Radier sous chargement linéique (problème 2D)
- TPL-31110 Décollement d'un radier circulaire sous chargement annulaire

Les tableaux qui suivent présentent les comparaisons établies en termes de tassements et de moments de flexion. Les écarts demeurent inférieurs à 10% pour toutes les configurations étudiées, témoignant de la capacité du modèle à capter, avec une très bonne approximation, les ordres de grandeur issus d'un traitement numérique complet en trois dimensions.

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-31101	6,60	6,60	<1%
TPL-31102	24,7	25,8	~4%
TPL-31103	47,3	49,6	~5%
TPL-31104	12,0	12,1	<1%
TPL-31105	9,76	9,20	~6%
TPL-31106	26,2	27,6	~5%
TPL-31107	68,1	70,4	~3%
TPL-31108	153	152	<1%
TPL-31109	107	116	~8%
TPL-31110	4,22	4,25	<1%

Tableau 20 : Résultats des tests de validation 311xx – Tassement maximal (en mm)

Il est également intéressant de noter que les situations où les tassements présentent les écarts les plus importants (test TPL31109 par exemple), montrent que malgré tout une excellente convergence des moments fléchissants.

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-31101	+123	+118	~4%
TPL-31102	+52,9	+53,0	<1%
TPL-31103	+795	+820	~3%
TPL-31104	+1 090	+1 070	~2%
TPL-31105	+175	+180	~3%
TPL-31106	+545	+580	~6%
TPL-31107	+563	+570	~1%
TPL-31108	-2 202	-2 143	~3%
TPL-31109	+490	+495	<1%
TPL-31110	+35,8	+36,5	~2%

Tableau 21 : Résultats des tests de validation 311xx – Moment maximal (en kNm/ml)

La figure suivante illustre la comparaison des résultats pour le cas test TPL-31105.

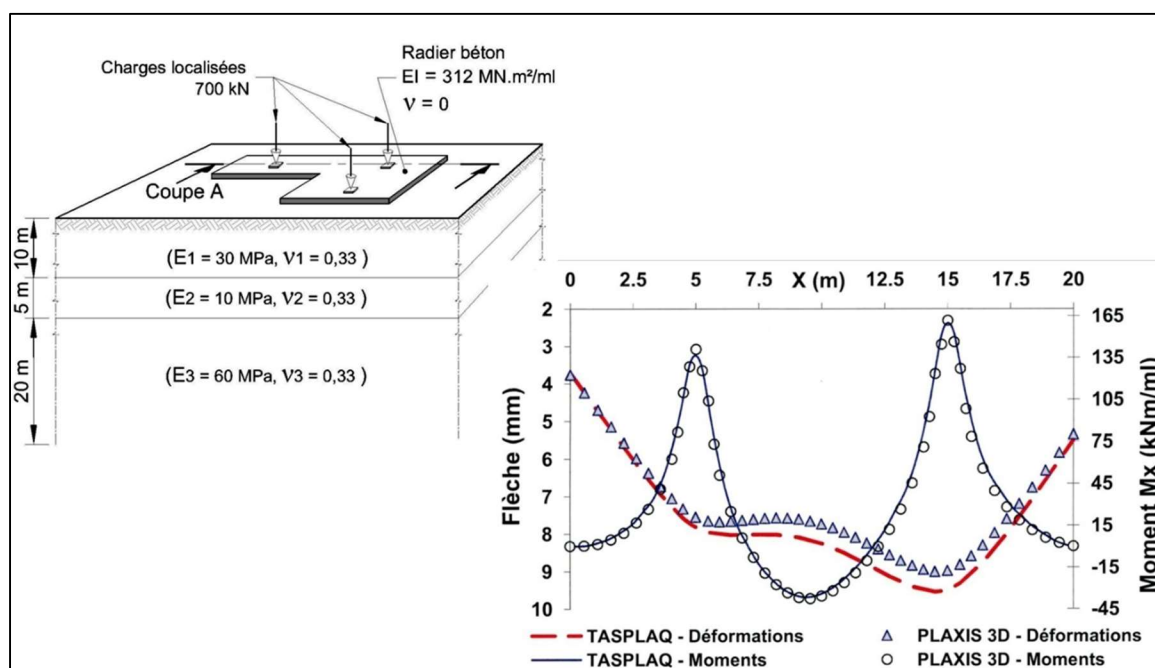


Figure 17 : Coupes graphiques des tassements et moments pour le cas test TPL-31105

Les figures suivantes illustrent l'élaboration des modèles utilisés pour le cas test TPL-31106.

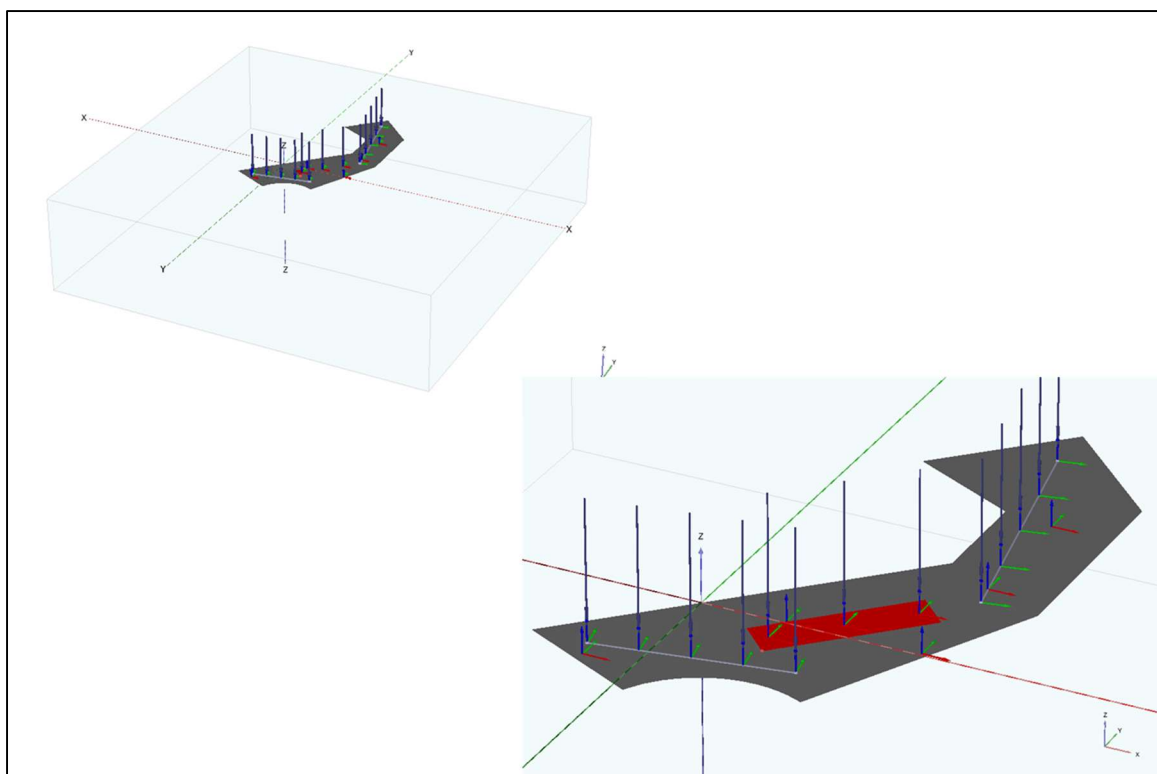


Figure 18 : Elaboration du modèle PLAXIS 3D pour le cas test TPL 31106

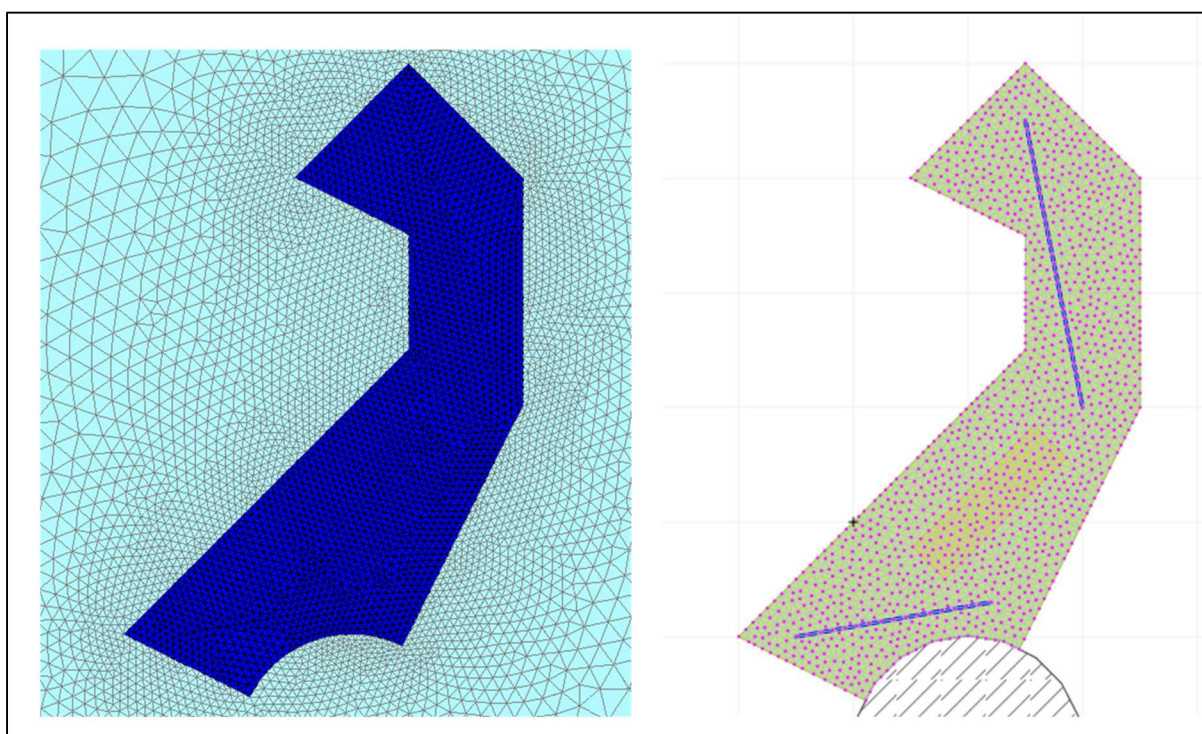


Figure 19 : Maillages PLAXIS (à gauche) et TASPLAQ (à droite)

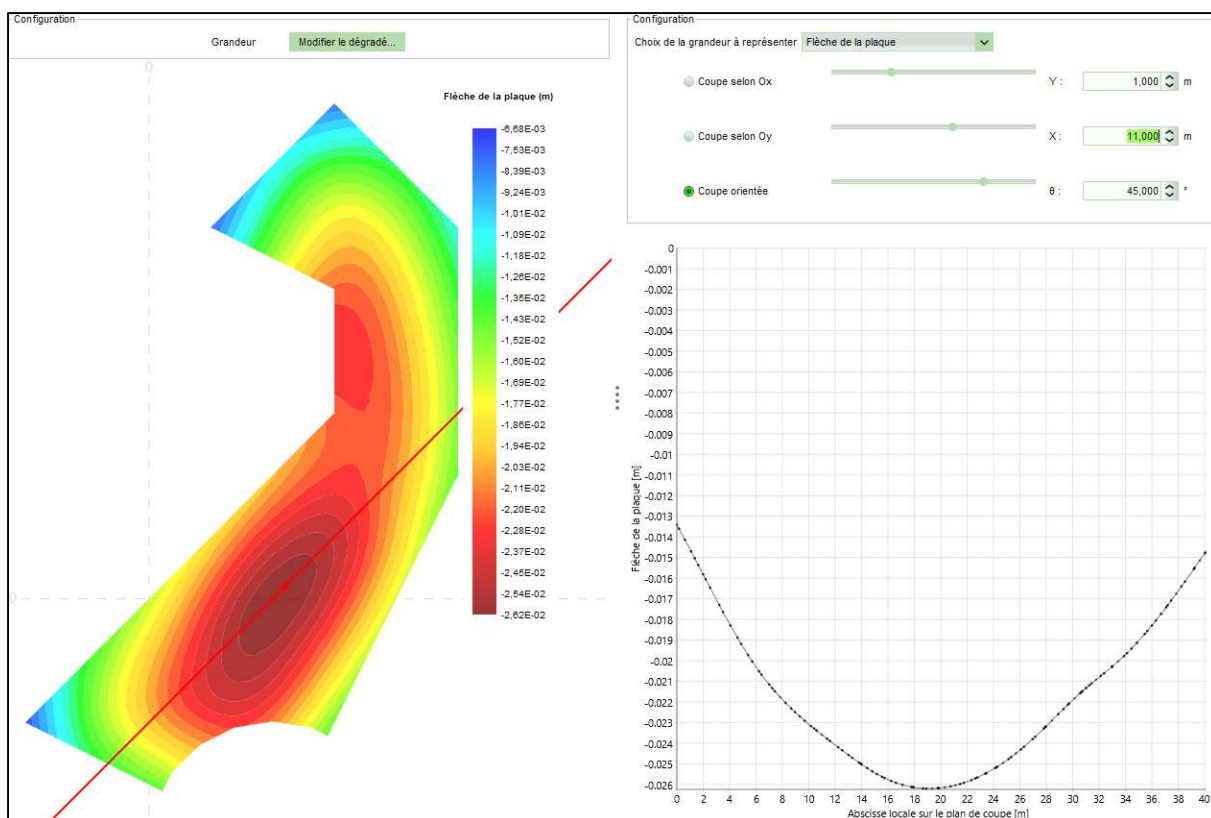
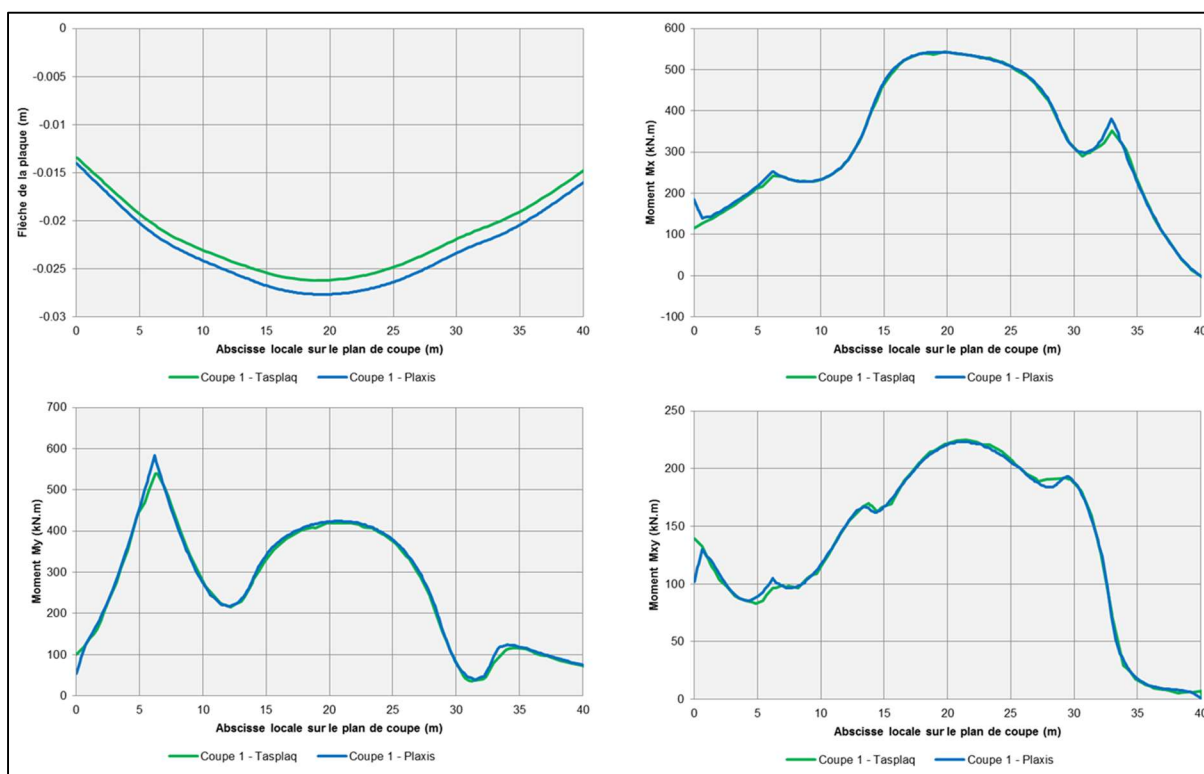


Figure 20 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL-31106

Figure 21 : Test TPL31106 – Tassements (m) et moments fléchissants (kNm/ml)
PLAXIS vs TASPLAQ

Les figures suivantes illustrent l'élaboration des modèles utilisés pour le cas test TPL-31108.

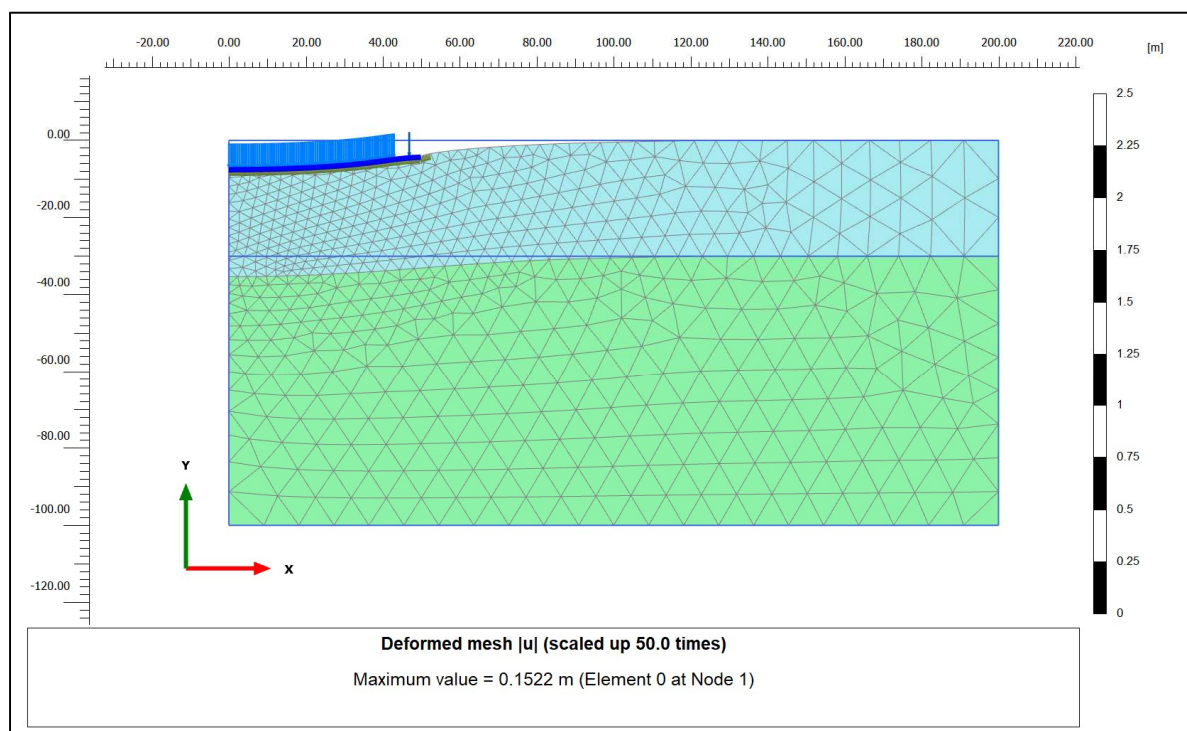


Figure 22 : Elaboration du modèle PLAXIS pour le cas test TPL 31108

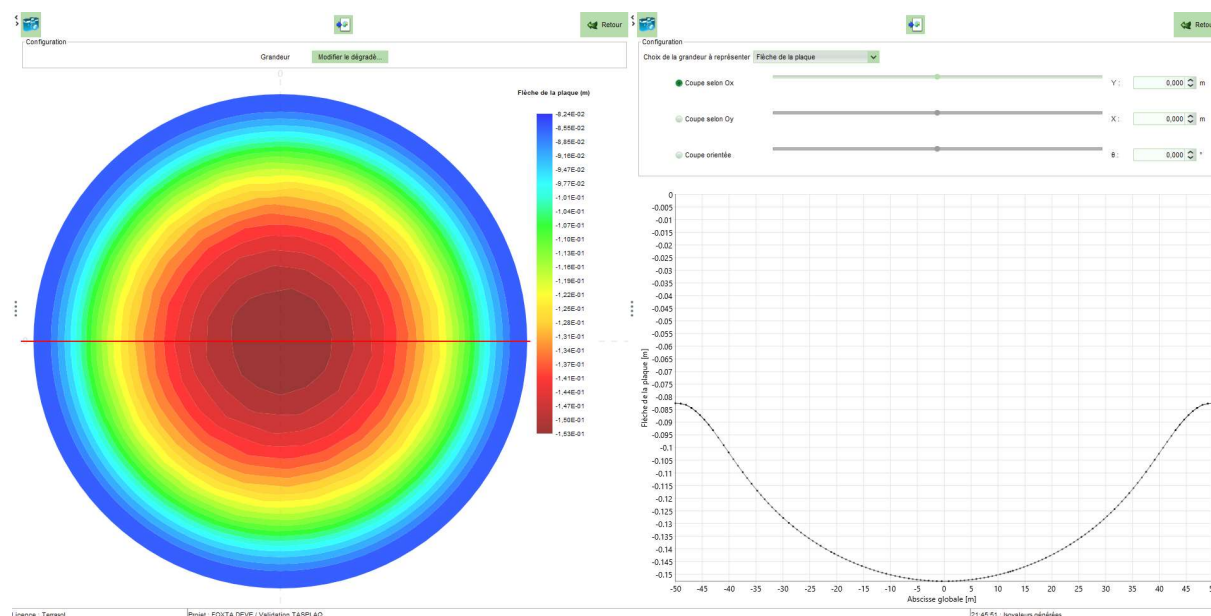


Figure 23 : Mise en œuvre du modèle TASPLAQ pour le cas test TPL-31108

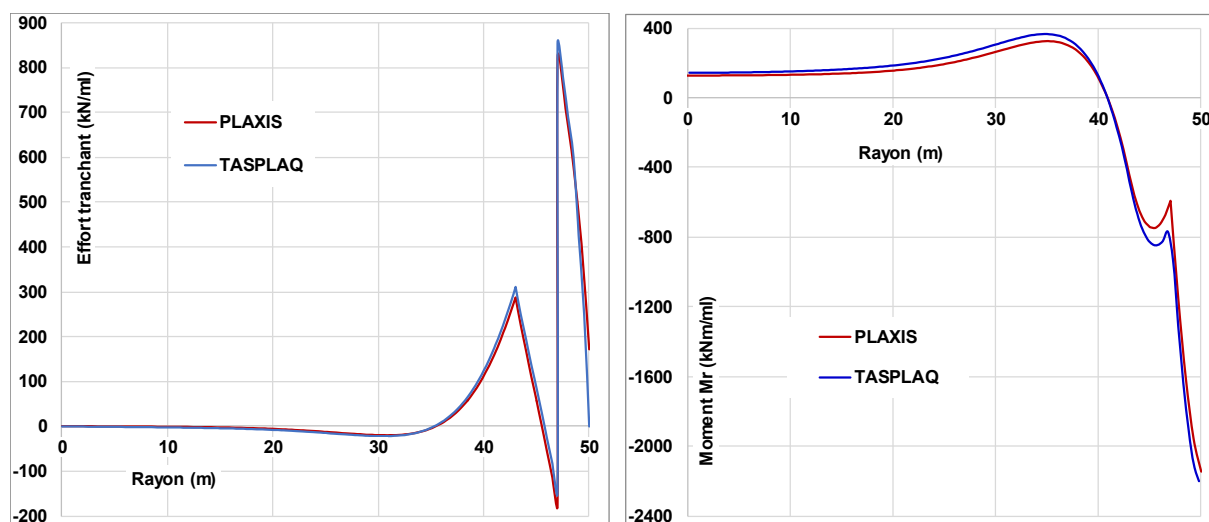


Figure 24 : Test TPL31108 – Moments fléchissants et efforts tranchants
PLAXIS vs TASPLAQ

La figure suivante illustre la comparaison des résultats en termes de tassements, réaction du sol, moments fléchissants et efforts tranchants, pour le cas test TPL31109.

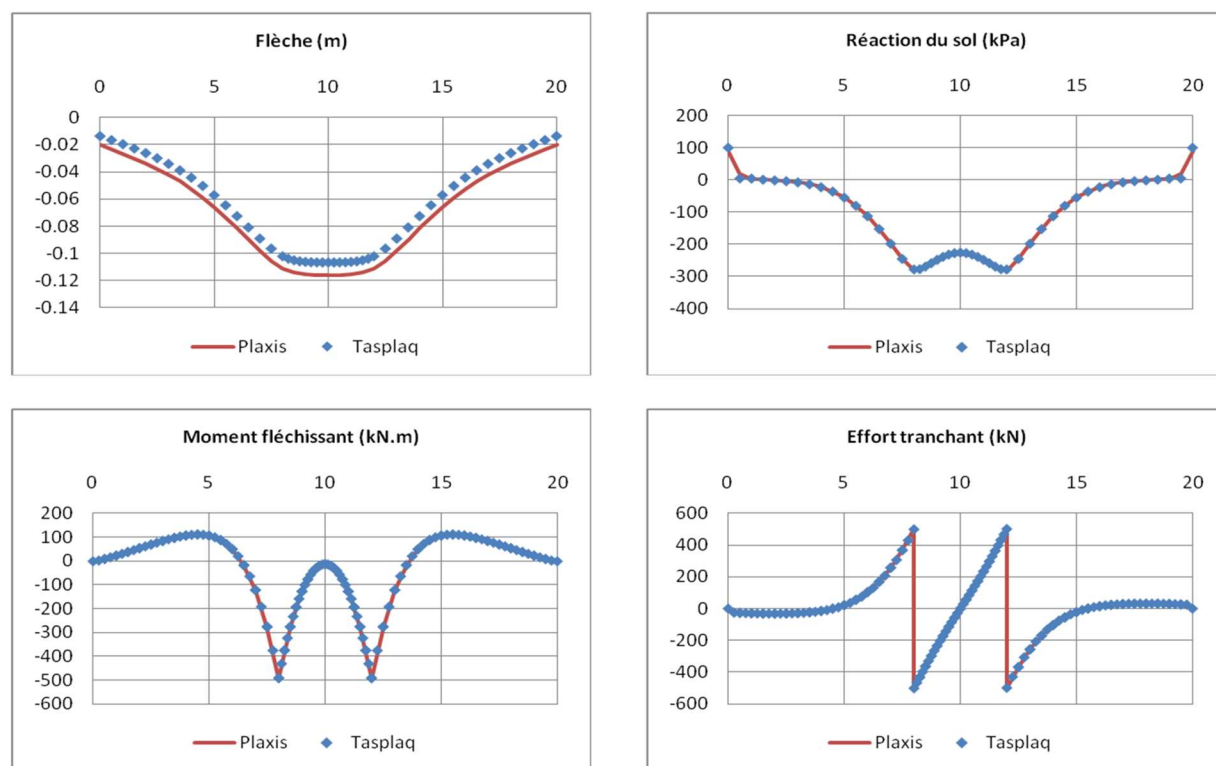


Figure 25 : Test TPL31109 – Tassements, réactions, moments fléchissants et efforts tranchants PLAXIS vs TASPLAQ

Les figures suivantes illustrent la comparaison des résultats en termes de réaction du sol, moments fléchissants et efforts tranchants, pour le cas test TPL31110.

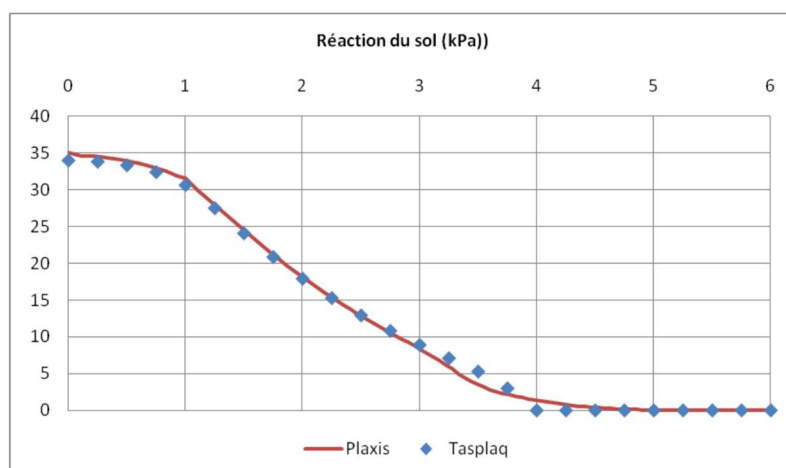


Figure 26 : Test TPL31110 – Réaction du sol et décollement / Plaxis vs Tasplaq

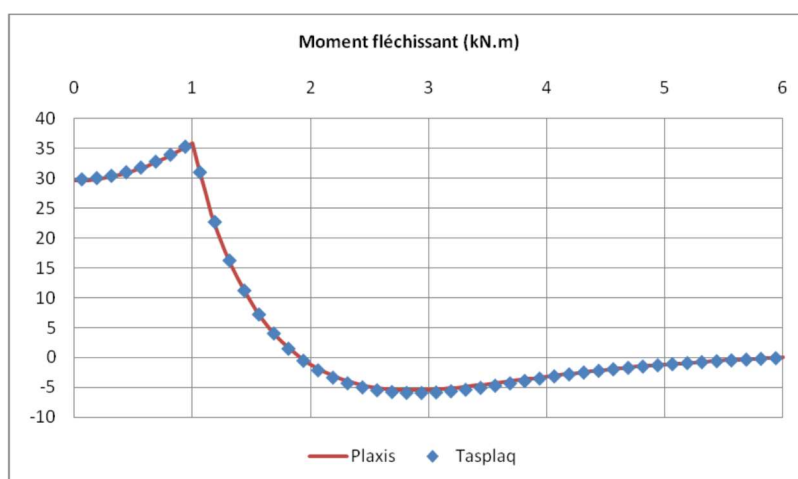


Figure 27 : Test TPL31110 – Moment fléchissant (radial) / Plaxis vs Tasplaq

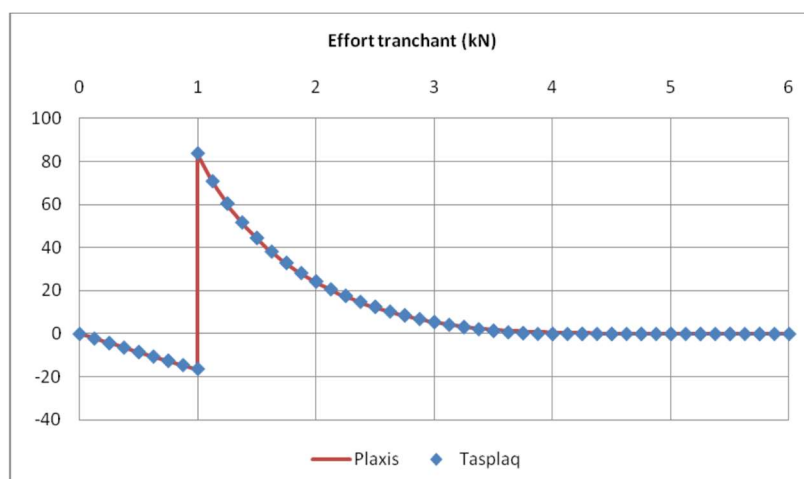


Figure 28 : Test TPL31110 – Effort tranchant / Plaxis vs Tasplaq

L'ensemble des fichiers tests est joint en annexe du présent dossier (Série 311xx).

3.1.2. Comparaison avec SASSI 2010

On évalue ici la pertinence des tassements absolus et différentiels obtenus par TASPLAQ vis-à-vis d'une modélisation à l'aide du logiciel SASSI 2010, basée sur la méthode de sous-structuration. La résolution du problème sous SASSI est demandée pour une fréquence de chargement nulle (ce qui équivaut à un chargement statique). Le cas étudié est celui de deux radiers voisins en interaction. L'un est fortement chargé et correspond à une zone de stockage. L'autre correspond à une zone de bureau et supporte un chargement plus modéré. Les points de chargement (forces concentrées) sont représentés en rouge sur la figure ci-dessous.

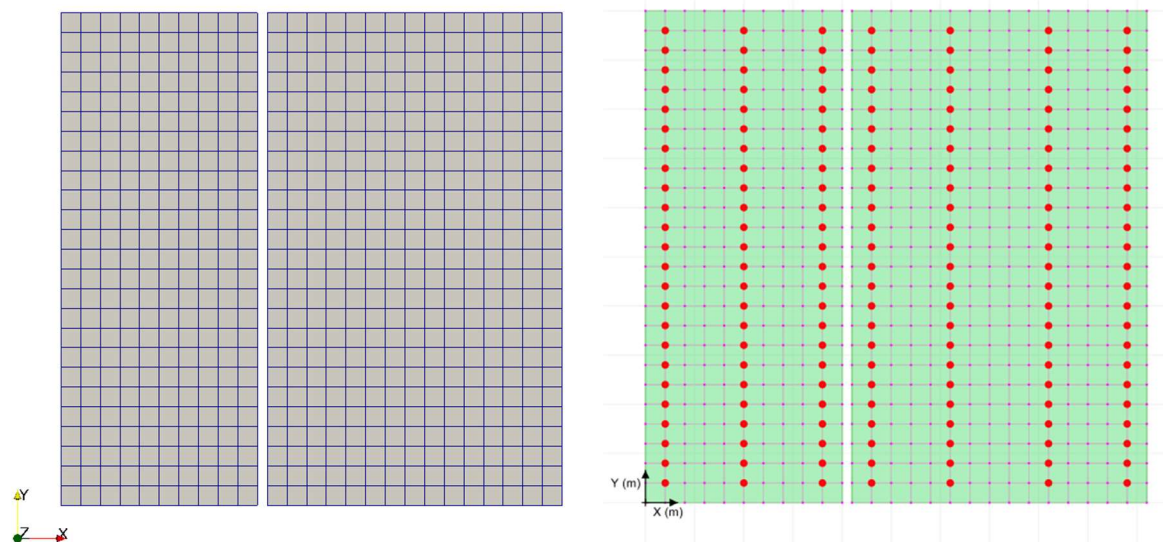


Figure 29 : Maillages utilisés sous SASSI 2010 (à gauche) et TASPLAQ (à droite).

La figure suivante présente la cuvette de tassements obtenue par les deux modélisations pour le cas test TPL31201 où le terrain d'assise homogène sur 150 m d'épaisseur. Les résultats sont très voisins et les écarts de l'ordre du pourcent.

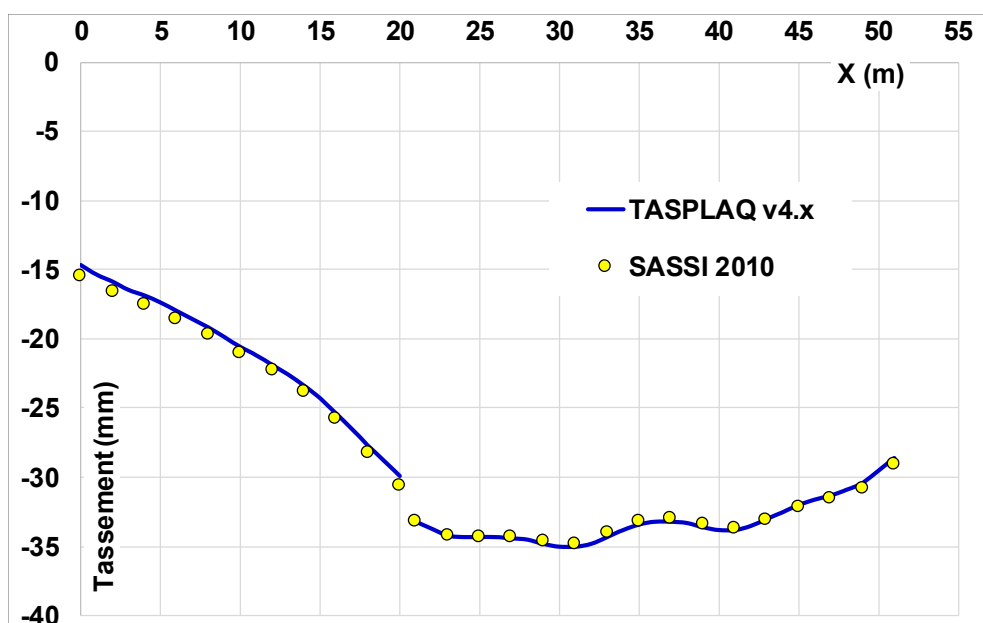


Figure 30 : Test de validation TPL31201 – Tassements SASSI 2010 vs TASPLAQ v4.x

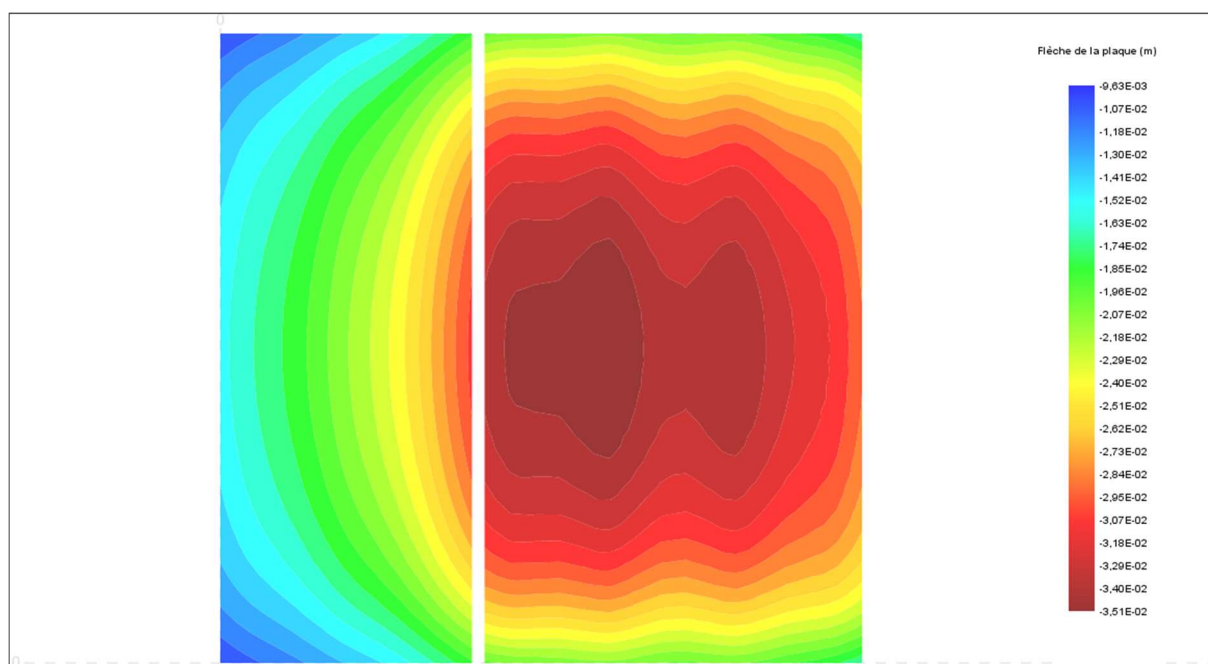


Figure 31 : Test de validation TPL31201 – Modèle TASPLAQ – Tassements (m)

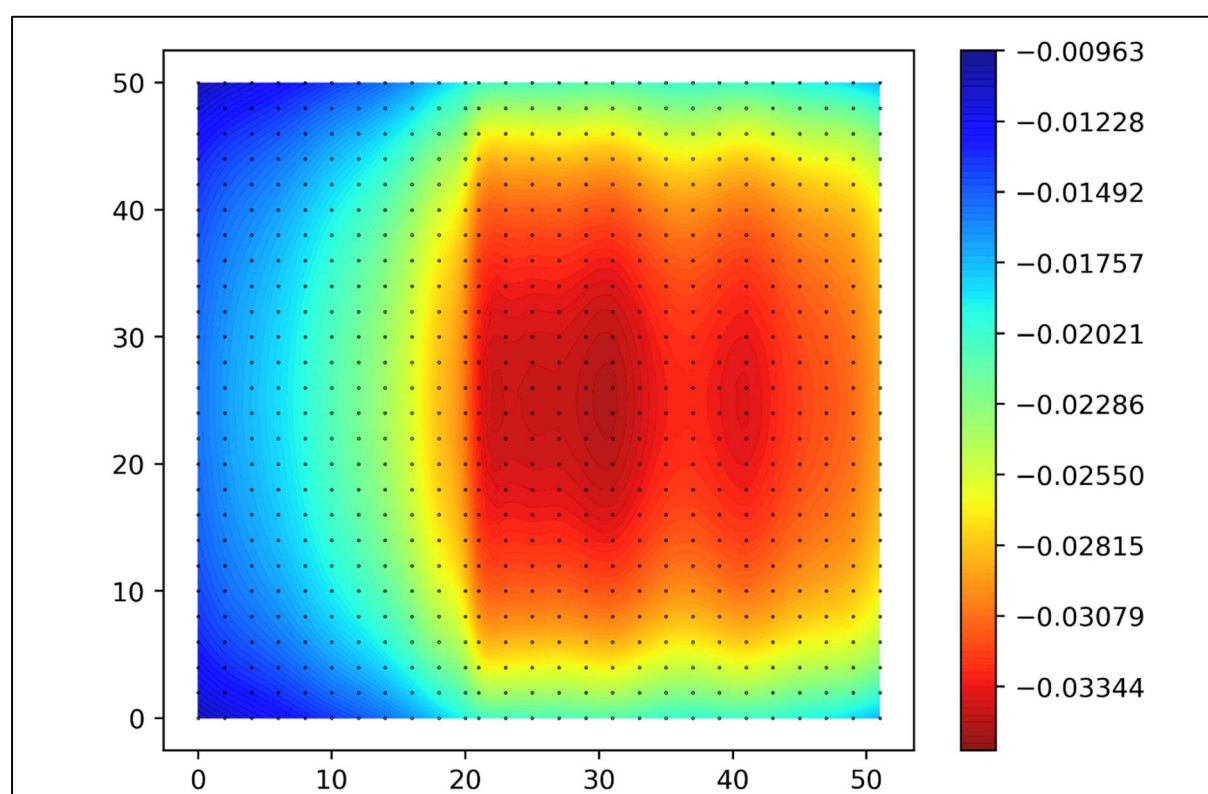


Figure 32 : Test de validation TPL31201 – Modèle SASSI 2010 – Tassements (m)

La figure suivante présente la cuvette de tassements obtenue par les deux modélisations pour le cas test TPL31202 où le terrain d'assise est hétérogène, et d'épaisseur limitée par rapport à l'emprise de la fondation. Dans ces conditions, TASPLAQ semble sous-estimer uniformément les tassements avec un décalage de l'ordre de 10%.

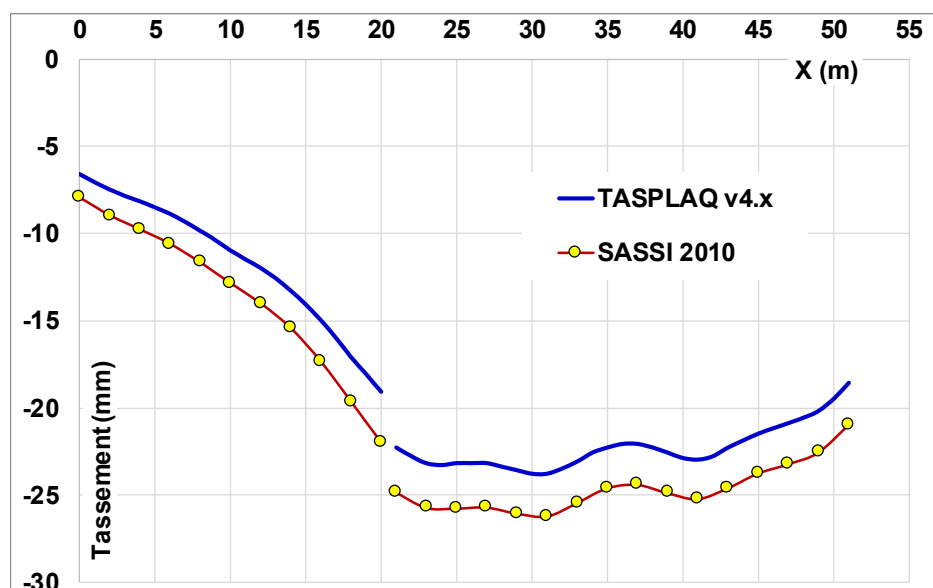


Figure 33 : Test de validation TPL31202 – Tassements SASSI 2010 vs TASPLAQ v4.x

Le décalage quasi-uniforme des deux cuvettes de la figure précédente incite à examiner les tassements différentiels issus des deux modèles. Cela fait l'objet de la figure suivante qui montre l'excellente convergence des deux modélisations vis-à-vis des tassements différentiels ce qui constitue l'élément clé pour la justification d'une fondation sur radier.

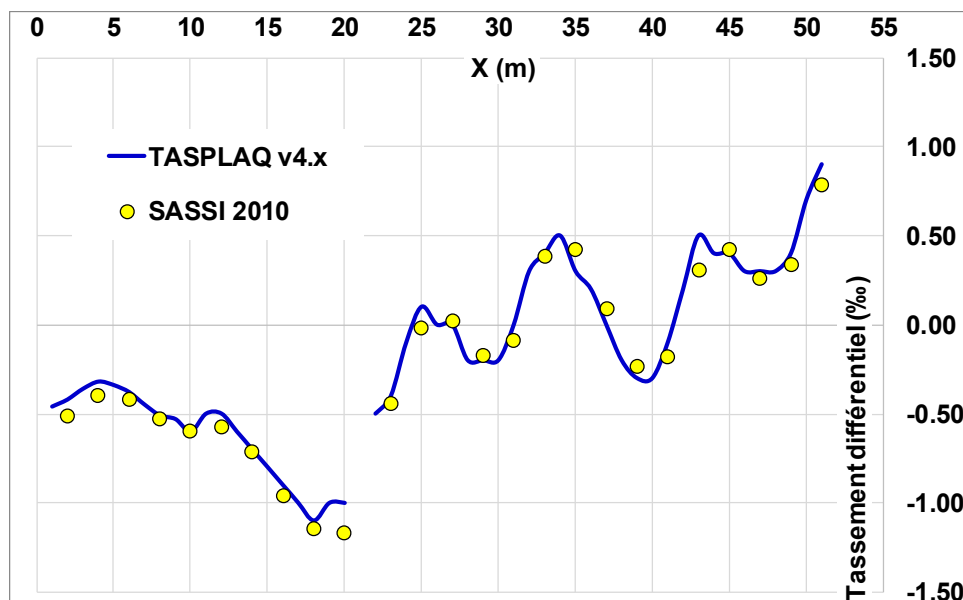


Figure 34 : Test de validation TPL31202 – Tassements différentiels (%)

Les fichiers utilisés pour ces tests de validation sont joints en annexe du présent dossier (Série 312xx).

3.1.3. Comparaison avec ALIZE LCPC

On évalue ici la pertinence des tassements et sollicitations dans un dallage quand celui-ci est modélisé à l'aide de TASPLAQ. Dans le cas d'un dallage de grandes dimensions, la résolution peut être menée à l'aide du modèle de Burmister (1943). Ce fait l'objet du logiciel ALIZE LCPC qu'on se propose d'utiliser pour la présente comparaison en assimilant le dallage à une couche de sol avec un module égal à celui du béton, et une condition de contact « glissant » avec la deuxième couche (qui représente la première couche effective du terrain).

Deux cas sont étudiés (référencés TPL-31301 et TPL-31302) dont les données sont décrites sur les figures suivantes.

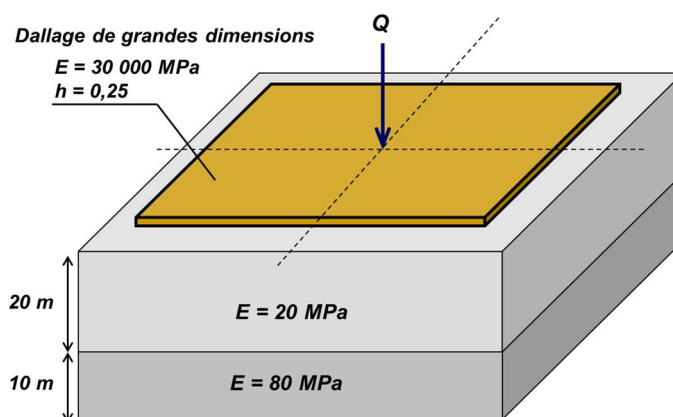


Figure 35 : Configuration étudiée pour le cas test TPL-31301

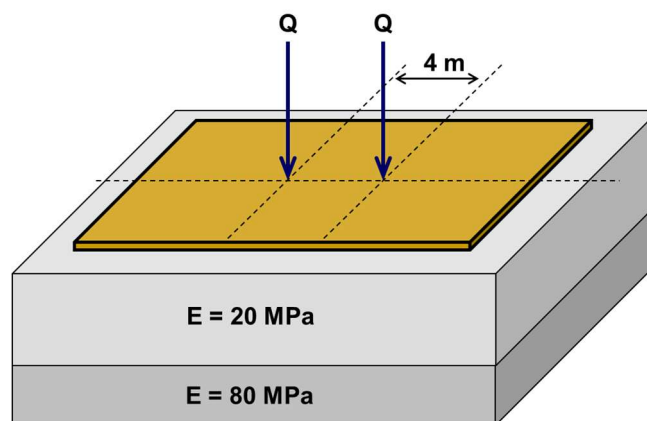


Figure 36 : Configuration étudiée pour le cas test TPL-31302

Les résultats obtenus sont illustrés sur les figures qui suivent. Une excellente convergence des modèles est à souligner. Les écarts n'excèdent pas 5% que ce soit pour les tassements (représentés de façon normalisée par rapport à la charge appliquée), les pressions d'interaction sous le dallage (également normalisées par rapport à la charge appliquée) ou encore les sollicitations (transformées en contraintes axiales pour un travail en flexion pure, soit $\sigma = 6M/h^2$ où h est l'épaisseur du dallage).

Les fichiers utilisés pour ces tests de validation sont joints en annexe du présent dossier (Série 313xx).

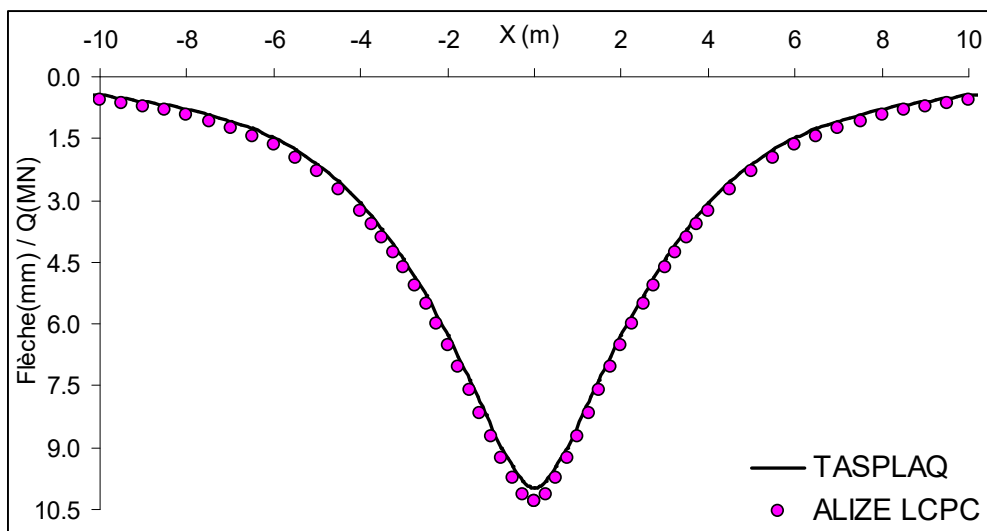


Figure 37 : Test de validation TPL31301 – Tassements absolus normalisés

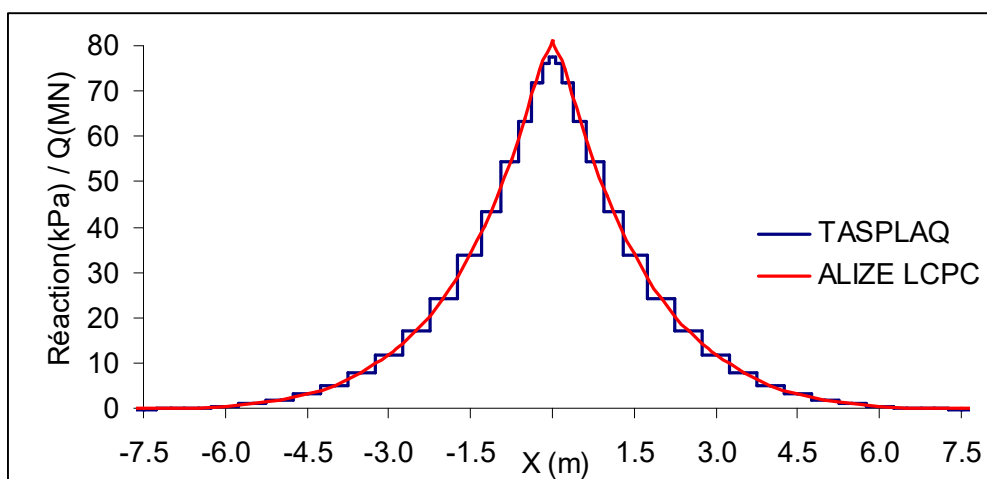


Figure 38 : Test de validation TPL31301 – Réaction du sol sous le dallage

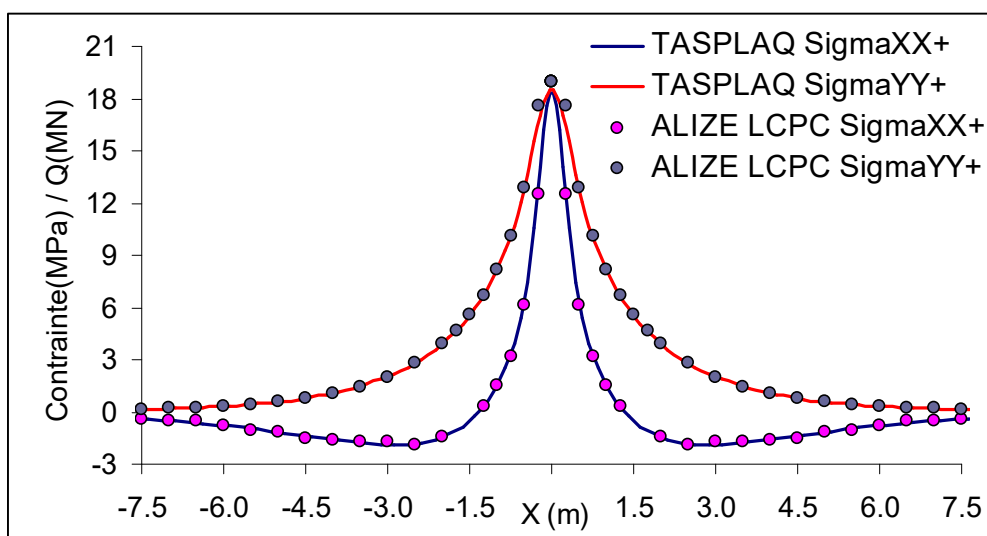


Figure 39 : Test de validation TPL31301 – Contraintes axiales normalisées

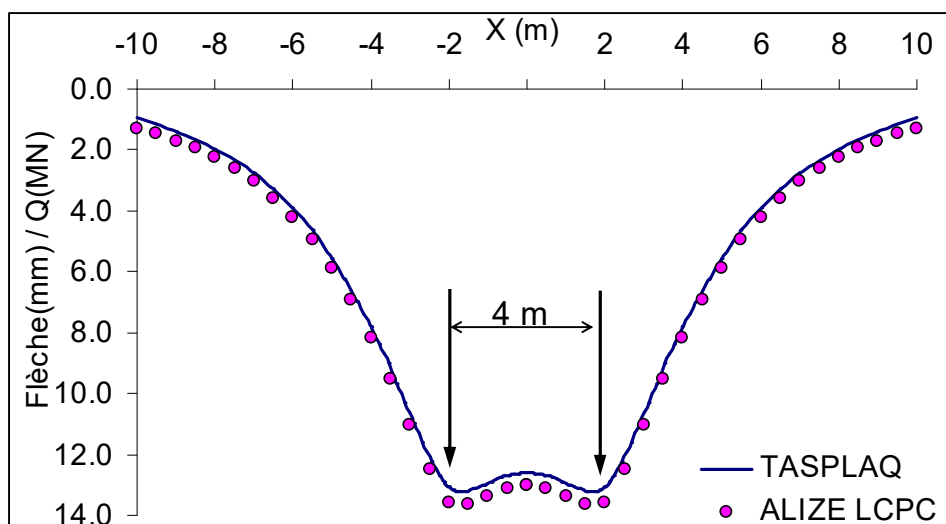


Figure 40 : Test de validation TPL31302 – Tassements absolus normalisés

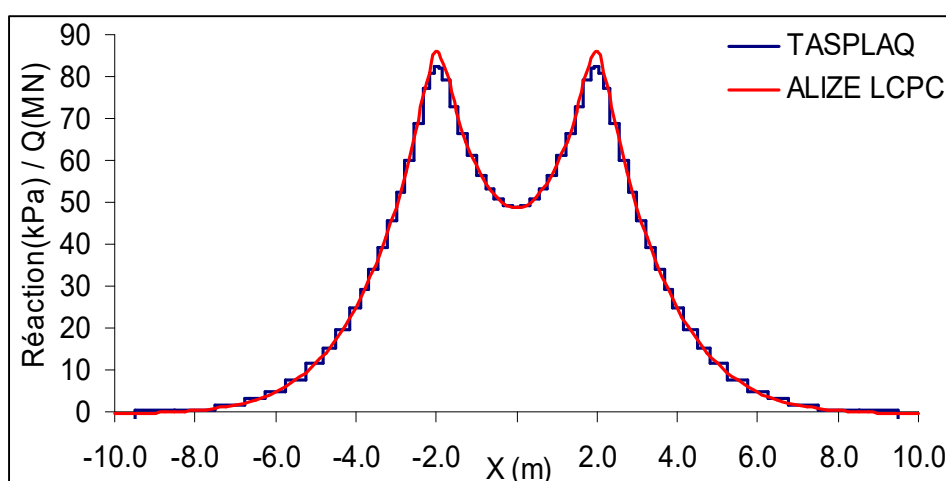


Figure 41 : Test de validation TPL31302 – Réaction du sol sous le dallage

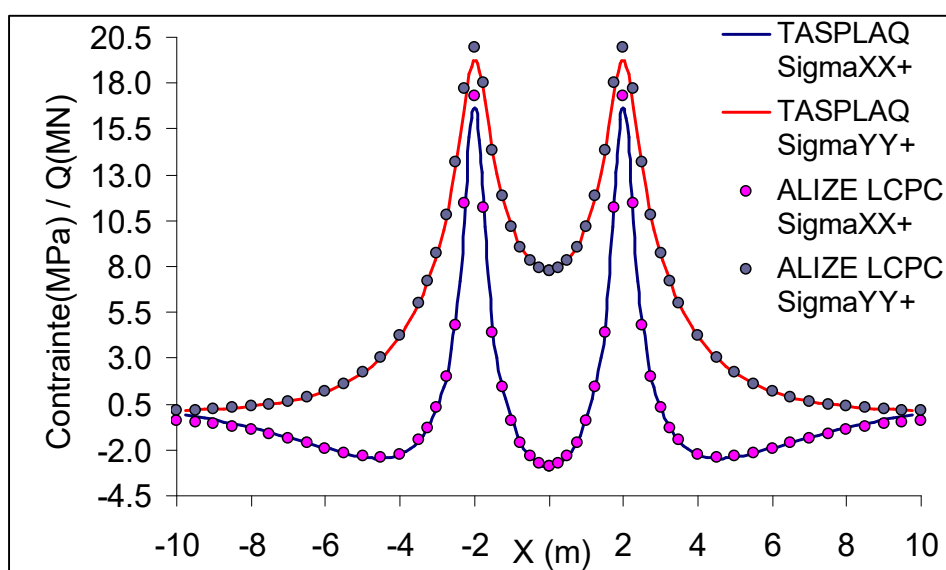


Figure 42 : Test de validation TPL31302 – Contraintes axiales normalisées

3.2. Cas d'une plaque sur appuis élastiques ou rigides

3.2.1. Comparaison avec EFFEL (Graitec)

On évalue dans cette section la capacité du modèle TASPLAQ à rendre compte des aspects purement « structure » en comparant les résultats obtenus à un logiciel spécialisé comme EFFEL (Graitec ©).

5 configurations ont été testées :

- TPL-32101 Dalle en L appuyée sur ses bords
- TPL-32102 Dalle bi-encastree avec un trou en parti central
- TPL-32103 Dalle sur appuis élastiques chargée localement
- TPL-32104 Dalle en croix sur appuis élastiques
- TPL-32105 Poutre sur appuis élastiques sous chargement localisé (problème 2D)

Les figures suivantes illustrent la mise en œuvre de ces cas tests dans TASPLAQ.

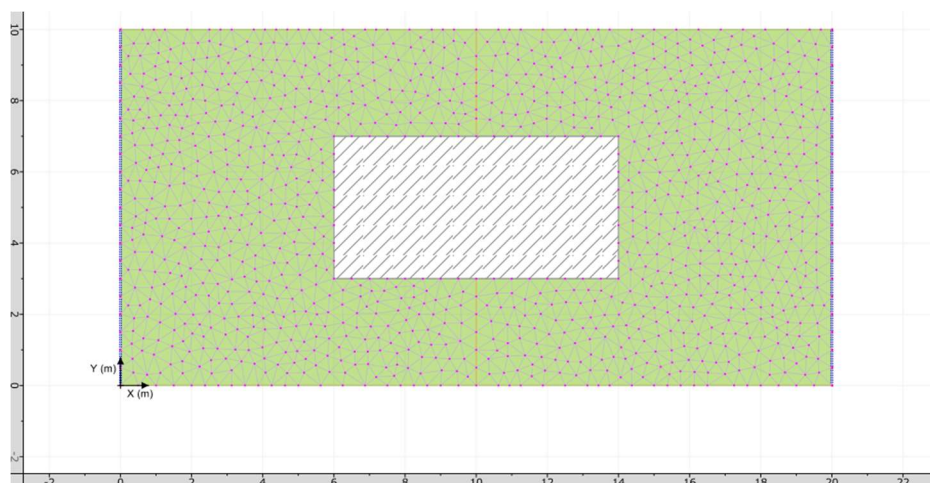


Figure 43 : Modèle TASPLAQ pour le cas test TPL-32102 – Maillage

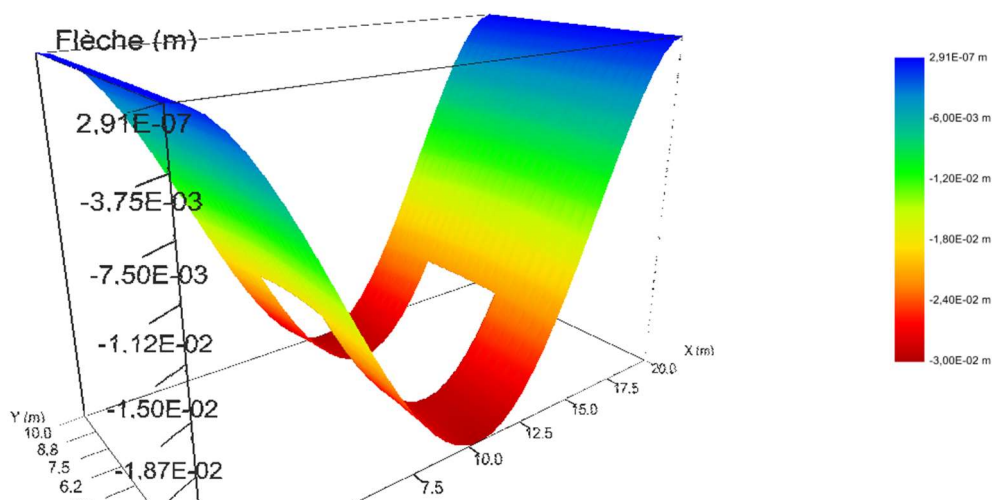


Figure 44 : Modèle TASPLAQ pour le cas test TPL-32102 – Déflexion (m)

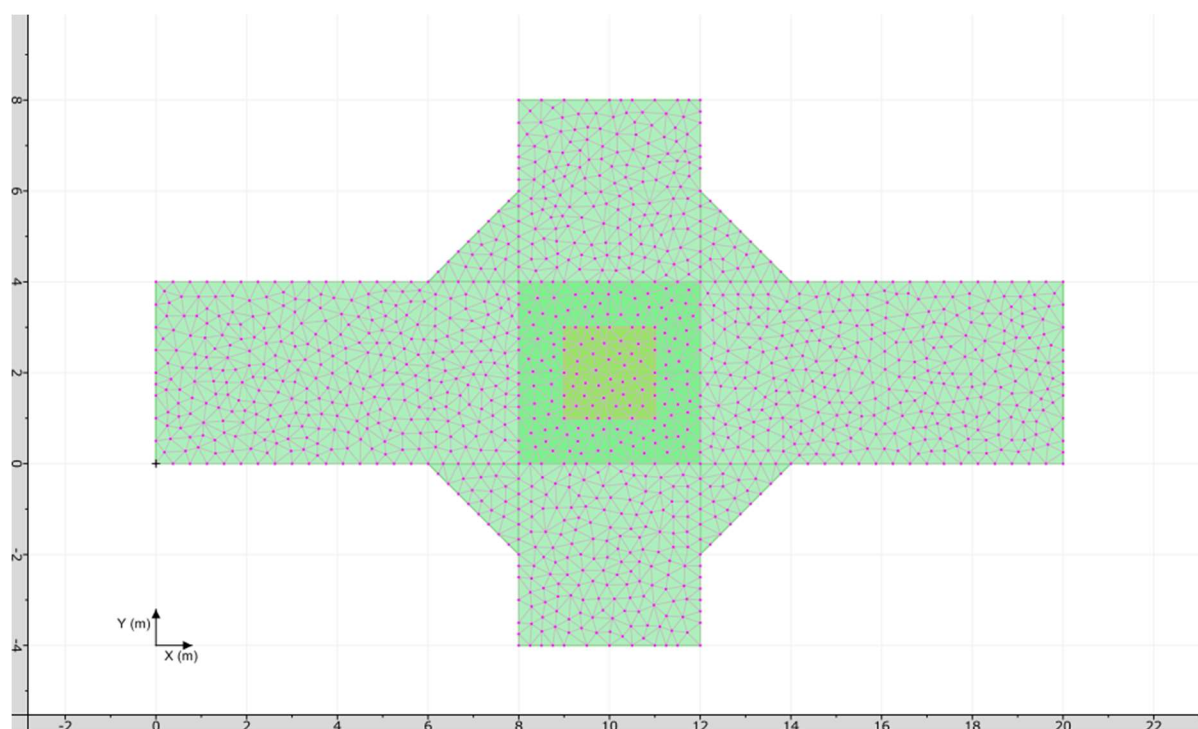


Figure 45 : Modèle TASPLAQ pour le cas test TPL-32104 – Maillage

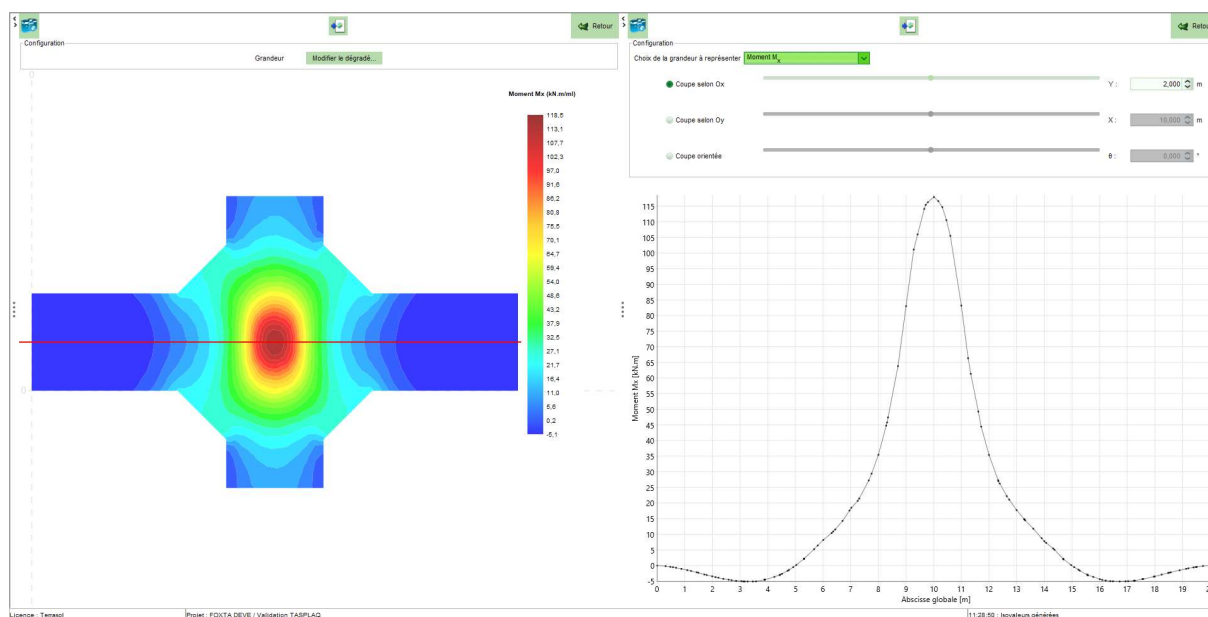


Figure 46 : Modèle TASPLAQ pour le cas test TPL-32104 – Moments fléchissants

Les tableaux suivants présentent la comparaison des tassements et moments fléchissants obtenus par les deux modèles TASPLAQ et EFFEL. Les écarts n'excèdent pas les 5% pour les cinq configurations étudiées. A noter le choix d'une densité de maillage comparable entre les deux modèles.

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-32101	12,8	13,0	~4%
TPL-32102	30,0	30,0	<1%
TPL-32103	18,9	18,9	<1%
TPL-32104	6,70	6,70	<1%
TPL-32105	245	245	<1%

Tableau 22 : Résultats des tests de validation 321xx – Tassements (mm)

	TASPLAQ v4.x	Solution de référence	Ecart relatif (%)
TPL-32101	108	105	~3%
TPL-32102	504	475	~5%
TPL-32103	191	188	~2%
TPL-32104	118	114	~4%
TPL-32105	491	490	<1%

Tableau 23 : Résultats des tests de validation 321xx – Moment maximal (kNm/ml)

Les fichiers utilisés pour ces tests de validation sont joints en annexe du présent dossier (Série 321xx).

La figure suivante présente à titre d'exemple la superposition des courbes de résultats pour le cas test TPL32105.

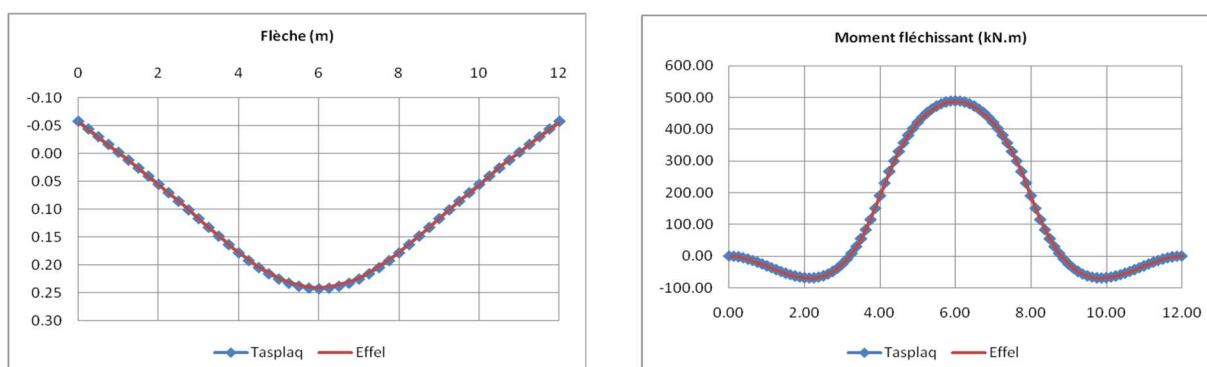


Figure 47 : Comparaison des résultats Tasplaq vs Effel pour le cas test TPL32105

3.2.2. Comparaison avec Robot

On évalue dans cette section la capacité du modèle TASPLAQ à rendre compte des aspects purement « structure » en comparant les résultats obtenus à un logiciel spécialisé comme ROBOT. La configuration étudiée est une dalle de plancher de forme polygonale reposant sur des poteaux et voiles porteurs introduits respectivement par des raideurs ponctuelles et linéiques.

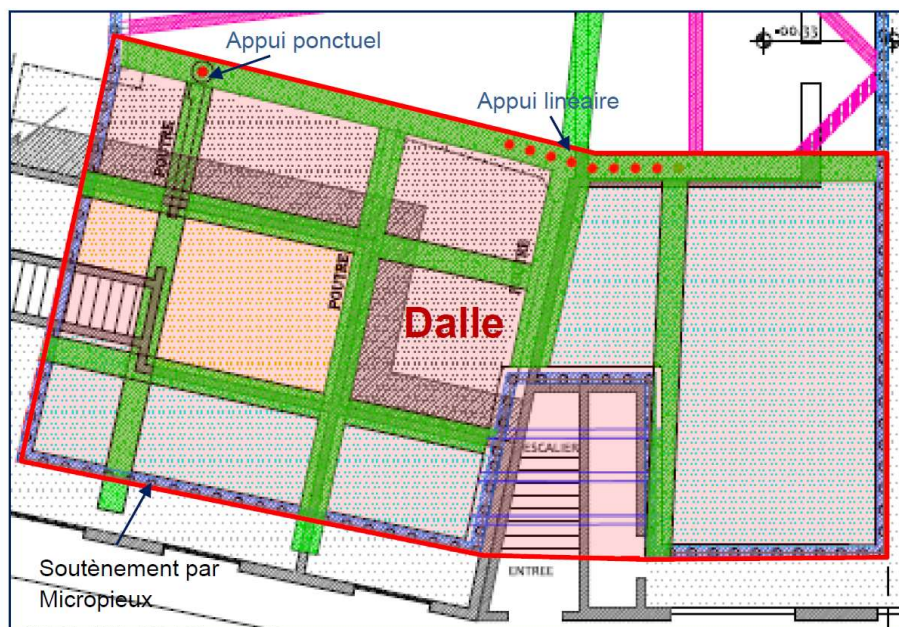


Figure 48 : Cas test TPL-32201 – Vue en plan de la dalle

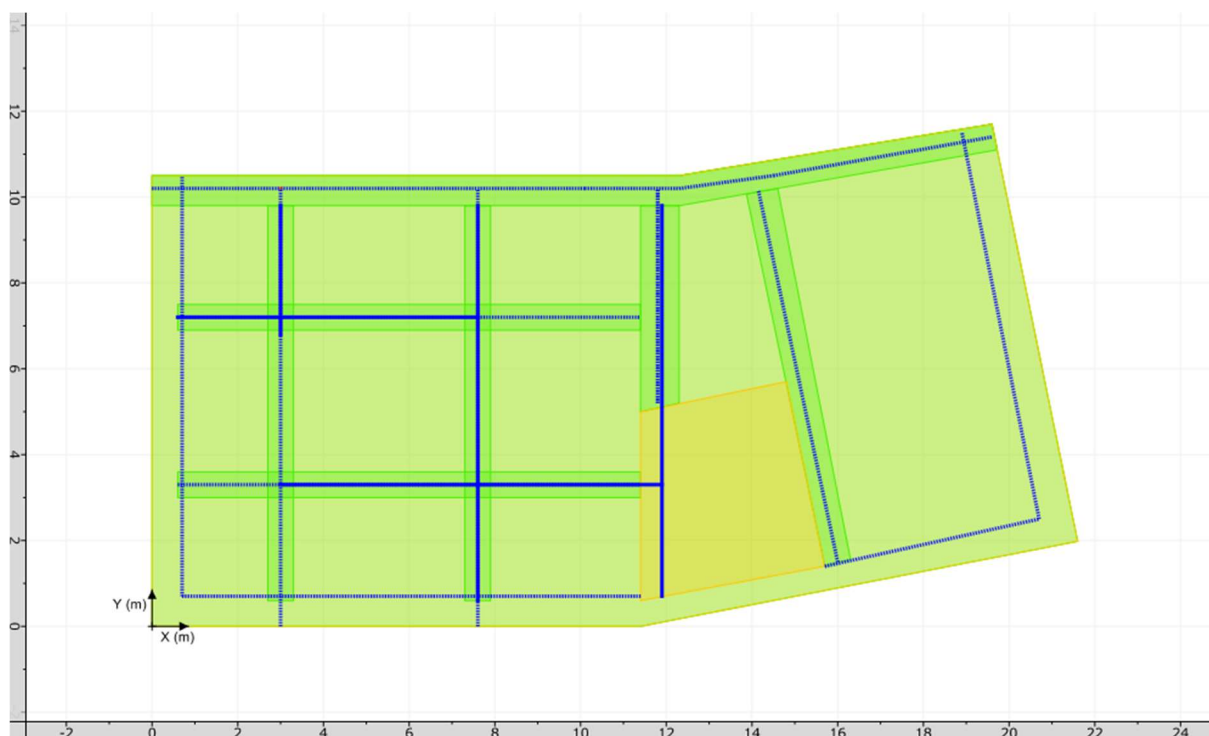


Figure 49 : Cas test TPL-32201 – Vue du modèle TASPLAQ

Les figures suivantes présentent les cartographies de flèche verticale issues des deux modélisations (ROBOT et TASPLAQ). Les deux modèles mettent en évidence un comportement similaire avec une flèche de l'ordre de 4 cm au centre de la dalle.

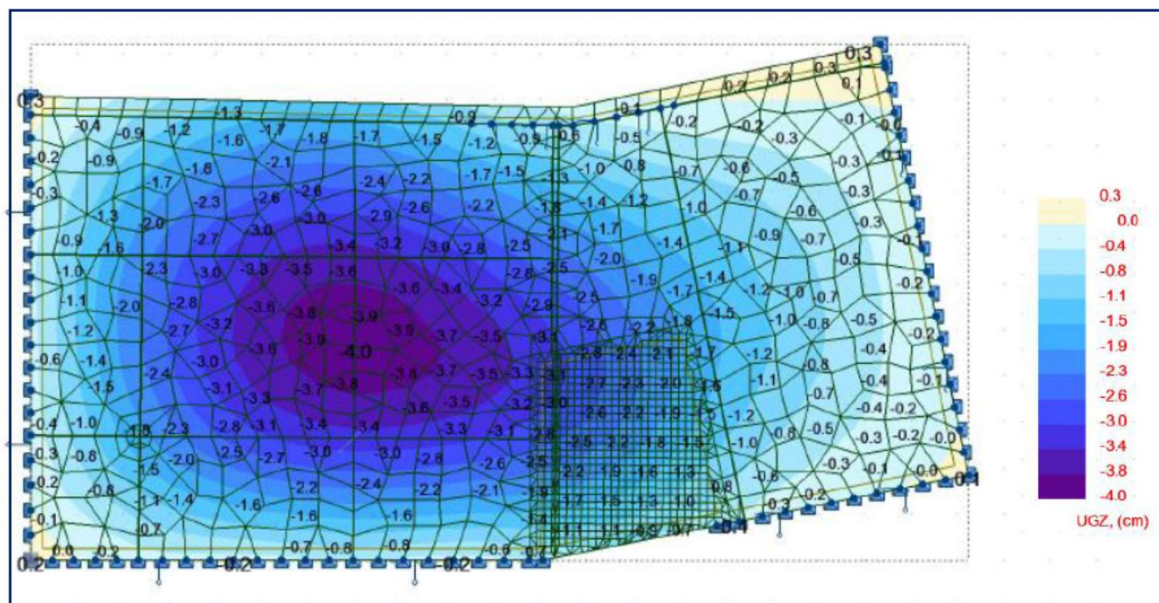


Figure 50 : Cas test TPL-32201 – Flèche verticale (cm) calculée par ROBOT

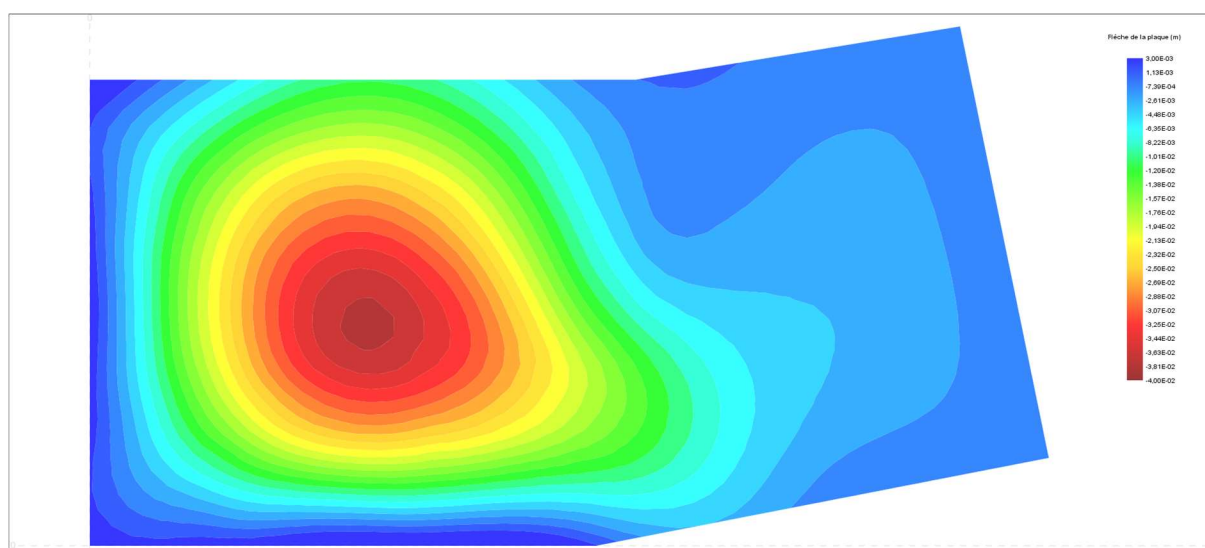


Figure 51 : Cas test TPL-32201 – Flèche verticale (m) calculée par TASPLAQ

L'ensemble des fichiers tests est joint en annexe du présent dossier (Série 322xx).

4. Tests de cohérence

4.1. Comparaison entre deux types de maillage

4.1.1. Triangulaire vs Rectangulaire

Les tests réalisés dans cette section visent à contrôler la cohérence (et la convergence) entre les résultats obtenus par maillage rectangulaire et ceux issus d'un traitement par maillage triangulaire.

8 configurations sont testées.

- TPL-41101 Plaque rectangulaire sur sol multicouche
- TPL-41102 Interaction entre deux plaques rectangulaires
- TPL-41103 Interaction entre une plaque et un remblai
- TPL-41104 Plaque polygonale d'épaisseur variable sur sol multicouche penté
- TPL-41105 Plaque polygonale d'épaisseur variable sur ressorts élastiques
- TPL-41106 Plaque polygonale d'épaisseur variable sur ressorts élasto-plastiques
- TPL-41107 Plaque polygonale d'épaisseur variable sur appuis linéiques
- TPL-41108 Plaque polygonale d'épaisseur variable sur encastresments ponctuels

Le tableau suivant présente la comparaison des résultats obtenus en terme de flèche maximale (exprimé ici en mm).

Test	Maillage rectangulaire	Maillage triangulaire	Ecart relatif (%)
TPL-41101	9,54	9,73	~2%
TPL-41102	12,7	12,8	~1%
TPL-41103	15,4	15,6	~2%
TPL-41104	29,1	30,4	~4%
TPL-41105	8,10	8,10	<1%
TPL-41106	19,4	19,4	<1%
TPL-41107	2,33	2,32	<1%
TPL-41108	1,71	1,70	<1%

Tableau 24 : Résultats des tests de cohérence 411xx – Flèche maximale (mm)

L'ensemble des fichiers utilisés sont joints en annexe du dossier (Série 411xx). Les figures qui suivent illustrent le principe de ces comparaisons pour quelques cas tests.

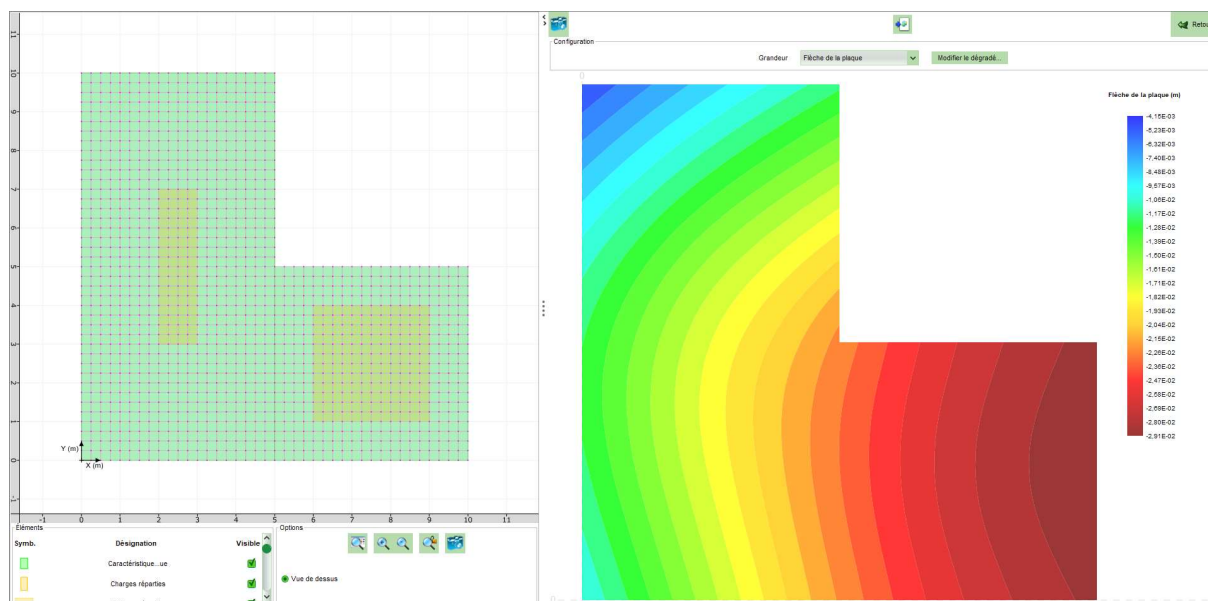


Figure 52 : Test TPL41104 – Résultat avec maillage rectangulaire

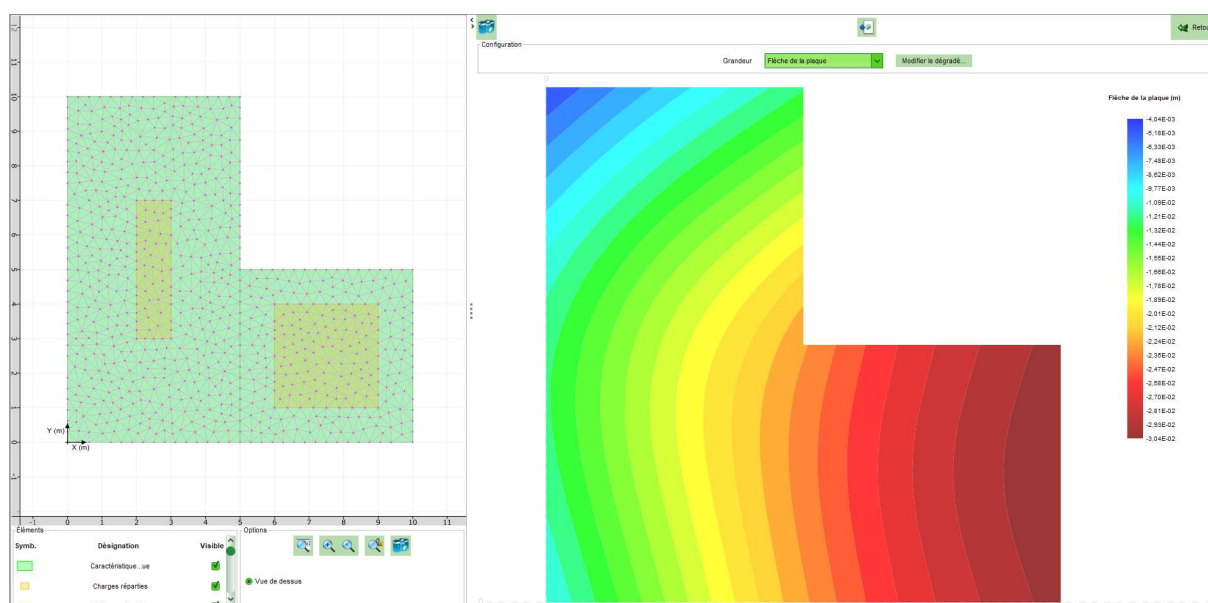


Figure 53 : Test TPL41104 – Résultat avec maillage triangulaire

4.1.2. Triangulaire vs Axisymétrique

Les tests réalisés dans cette section visent à contrôler la cohérence (et la convergence) entre les résultats obtenus par maillage triangulaire (3D) et ceux issus d'un traitement par maillage axisymétrique (2D).

8 configurations sont testées.

- TPL-41201 Plaque circulaire sur sol multicouche
- TPL-41202 Plaque annulaire sur sol multicouche
- TPL-41203 Plaque circulaire d'épaisseur variable
- TPL-41204 Décollement d'une plaque circulaire chargée localement
- TPL-41205 Plaque circulaire sur ressorts élastiques
- TPL-41206 Plaque circulaire sur ressorts non-linéaires
- TPL-41207 Plaque circulaire sur appuis linéiques
- TPL-41208 Plaque annulaire sur ressorts non-linéaires

Le tableau suivant présente la comparaison des résultats obtenus en terme de flèche maximale (exprimé ici en mm).

Test	Maillage axisymétrique	Maillage triangulaire	Ecart relatif (%)
TPL-41201	21,1	21,1	<1%
TPL-41202	19,2	19,8	~3%
TPL-41203	14,9	14,9	<1%
TPL-41204	15,7	15,7	<1%
TPL-41205	23,2	23,2	<1%
TPL-41206	29,4	30,0	~2%
TPL-41207	22,4	22,4	<1%
TPL-41208	11,0	11,0	<1%

Tableau 25 : Résultats des tests de cohérence 412xx – Flèche maximale (mm)

L'ensemble des fichiers utilisés sont joints en annexe du dossier (Série 412xx). Les figures qui suivent illustrent le principe de ces comparaisons pour quelques cas tests.

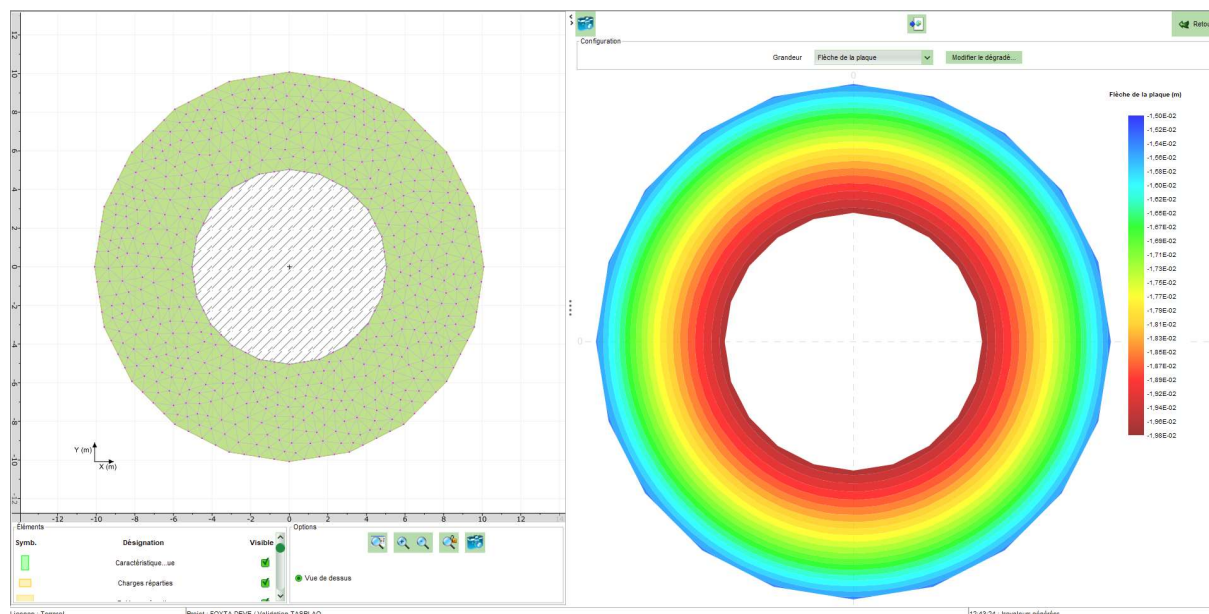


Figure 54 : Test TPL41202 – Résultat avec maillage triangulaire (3D)

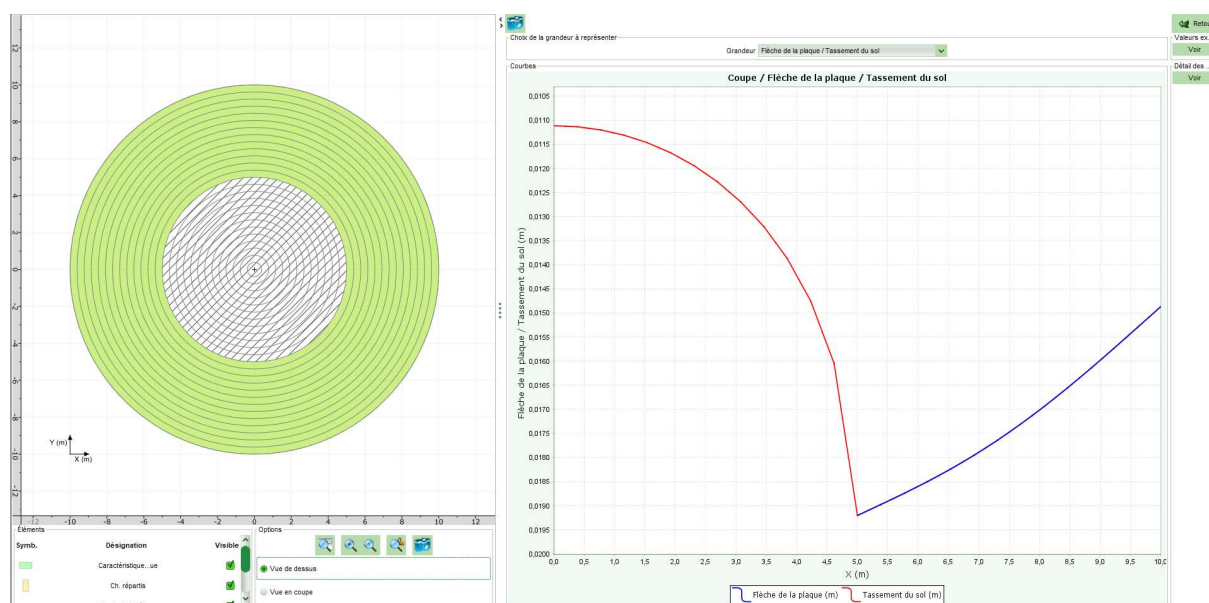


Figure 55 : Test TPL41202 – Résultat avec maillage axisymétrique (2D)

4.2. Bilan des réactions

4.2.1. Cas d'une plaque sur sol multicouche

Les tests réalisés dans cette section visent à contrôler la cohérence (et la précision) des résultats obtenus en comparant le bilan des réactions développées à l'interface plaque/sol multicouche, à la résultante du chargement extérieur appliqué. Le contrôle est mené pour des comportements linéaires et non-linéaires.

12 configurations sont testées :

- TPL-42101 Plaque rectangulaire sur terrain penté
- TPL-42102 Plaque triangulaire sur terrain penté
- TPL-42103 Deux plaques rectangulaires en interaction
- TPL-42104 Deux plaques triangulaires en interaction
- TPL-42105 Plaque rectangulaire avec décollement (chargement excentré)
- TPL-42106 Plaque triangulaire avec décollement (chargement excentré)
- TPL-42107 Plaque rectangulaire avec plastification (effet de bord)
- TPL-42108 Plaque triangulaire avec plastification (effet de bord)
- TPL-42109 Plaque rectangulaire avec tassement de recompression
- TPL-42110 Plaque triangulaire avec tassement de recompression
- TPL-42111 Plaque rectangulaire en interaction avec un remblai
- TPL-42112 Plaque triangulaire en interaction avec un remblai

Le tableau suivant présente les résultats obtenus.

Test	Résultante des charges appliquées	Résultante de la réaction du sol	Ecart relatif (%)
TPL-42101	1 600	1 600	0%
TPL-42102	1 571	1 571	0%
TPL-42103	3 200	3 200	0%
TPL-42104	3 143	3 143	0%
TPL-42105	1 600	1 600	0%
TPL-42106	1 571	1 571	0%
TPL-42107	20 000	20 000	0%
TPL-42108	17 000	17 000	0%
TPL-42109	1 600	1 600	0%
TPL-42110	1 571	1 571	0%
TPL-42111	1 600	1 600	0%
TPL-42112	1 571	1 571	0%

Tableau 26 : Résultats des tests de cohérence 421xx – Résultantes en kN

L'ensemble des fichiers utilisés sont joints en annexe du dossier (Série 421xx).

4.2.2. Cas d'une plaque sur ressorts

On considère ici le cas d'une plaque de forme quelconque et soumise à l'application d'un chargement hétérogène. La plaque est supportée par un système d'appuis rigides ponctuels ou linéiques. Les tests réalisés dans cette section visent à contrôler la cohérence (et la précision) des résultats obtenus en comparant le bilan des réactions développées dans le système d'appuis à la résultante du chargement extérieur appliqué. Le contrôle est mené pour des comportements linéaires et non-linéaires.

8 configurations sont testées

- TPL-42201 Plaque rectangulaire sur ressorts ponctuels
- TPL-42202 Plaque triangulaire sur ressorts ponctuels
- TPL-42203 Plaque rectangulaire sur ressorts linéiques
- TPL-42204 Plaque triangulaire sur ressorts linéiques
- TPL-42205 Plaque rectangulaire sur ressorts surfaciques hétérogènes
- TPL-42206 Plaque triangulaire sur ressorts surfaciques hétérogènes
- TPL-42207 Plaque rectangulaire sur ressorts surfaciques non-linéaires
- TPL-42208 Plaque triangulaire sur ressorts surfaciques non-linéaires

Le tableau suivant présente les résultats obtenus.

Test	Résultante des charges appliquées	Résultante de la réaction des appuis	Ecart relatif (%)
TPL-42201	1 200	1 200	0%
TPL-42202	2 000	2 000	0%
TPL-42203	8 00	8 00	0%
TPL-42204	2 400	2 400	0%
TPL-42205	1 440	1 440	0%
TPL-42206	1 400	1 400	0%
TPL-42207	1 080	1 080	0%
TPL-42208	1 400	1 400	0%

Tableau 27 : Résultats des tests de cohérence 422xx – Résultantes en kN

L'ensemble des fichiers utilisés sont joints en annexe du dossier (Série 422xx).

4.3. Bilan des tassements

Les tests réalisés dans cette section visent à contrôler la cohérence (et la convergence) du couple (tassement, réaction) : on compare les tassements issus du programme à ceux que l'on obtiendrait par traitement analytique sur la base des réactions. Le contrôle est mené pour des comportements linéaire et non-linéaires.

12 configurations sont testées :

- TPL-43001 Plaque rectangulaire sur terrain penté
- TPL-43002 Plaque triangulaire sur terrain penté
- TPL-43003 Deux plaques rectangulaires en interaction
- TPL-43004 Deux plaques triangulaires en interaction
- TPL-43005 Plaque rectangulaire avec décollement (chargement excentré)
- TPL-43006 Plaque triangulaire avec décollement (chargement excentré)
- TPL-43009 Plaque rectangulaire avec tassement de recompression
- TPL-43010 Plaque triangulaire avec tassement de recompression
- TPL-43011 Plaque rectangulaire en interaction avec un remblai
- TPL-43012 Plaque triangulaire en interaction avec un remblai

Le tableau suivant présente les résultats obtenus.

Test	Tassement calculé par TASPLAQ	Calcul analytique à partir des réactions	Ecart relatif (%)
TPL-43001	10,3	10,3	0%
TPL-43002	12,1	12,1	0%
TPL-43003	25,0	25,0	0%
TPL-43004	13,7	13,7	0%
TPL-43005	13,4	13,4	0%
TPL-43006	17,5	17,5	0%
TPL-43009	4,48	4,48	0%
TPL-43010	5,36	5,36	0%
TPL-43011	17,2	17,2	0%
TPL-43012	20,6	20,6	0%

Tableau 28 : Résultats des tests de cohérence 430xx – Tassements (mm)

L'ensemble des fichiers utilisés sont joints en annexe du dossier (Série 430xx).

Annexe 2 – Article RFG 2008 N°128
--

Modélisation 3D simplifiée d'une plaque sur sol multicouche élastique

**F. CUIRA
B. SIMON**

TERRASOL

72, avenue Pasteur
93108 Montreuil Cedex
f.cuira@terrasol.com

Résumé

Cet article rend compte d'une méthode pour l'analyse de l'interaction sol-plaque (radier, dallage industriel...). Le calcul consiste à établir un couplage entre les éléments finis de plaque et les formules de Boussinesq et conduit à des résultats voisins de ceux obtenus par traitement complet en éléments finis 3D. Ladite méthode a fait l'objet d'un programme informatique, TASPLAQ, qui permet de traiter le tassement et les sollicitations pour des plaques d'inertie et de forme variables, reposant sur un massif de couches horizontales, sous différents types de chargement. Le modèle a été perfectionné par plusieurs fonctionnalités complémentaires : prise en compte du décollement de la plaque, simulation de la plastification du sol en surface ainsi que la possibilité d'introduire différentes conditions de symétrie.

Mots-clés : modélisation 3D, interaction sol-structure, radier, dallage industriel, éléments finis de plaque, formules de Boussinesq, TASPLAQ.

Simple 3D-modelling of a plate lying on a set of elastic layers

Abstract

This paper presents a calculation method for the analysis of soil-plate interaction (rafts, industrial pavements, etc.). This method consists in coupling plate finite elements with Boussinesq formulas, and leads to results that are very close to those reached with full 3D finite elements calculations. It was developed as a computer program called TASPLAQ, which enables to calculate settlements and bending moments for plates with various rigidities and shapes, and for various loading conditions. The plates are assumed to be laying on a set of horizontal elastic layers. The method was further improved with additional-options : possible separation of the plates from the soil, soil yielding under the plate edges and symmetries.

Key words : 3D-modelling, soil structure interaction, raft, industrial pavement, plate finite elements, Boussinesq formulas, TASPLAQ.

Introduction

L'interaction sol-structure est un problème majeur qui a fait l'objet de nombreuses recherches et approches en France comme à l'étranger. Jusqu'à un passé récent, la méthode la plus courante consistait à considérer un appui continu élastique : les déplacements sont supposés proportionnels aux réactions et les calculs peuvent être menés soit à l'aide d'une formulation analytique, soit à l'aide de programmes informatiques. Cette approche constitue cependant une simplification radicale, car elle suppose qu'une charge ne provoque de tassements que dans sa zone d'application, ce qui n'est pas représentatif de la réalité. De plus, une telle approche ne permet pas de tenir compte de l'interaction entre deux structures voisines ou entre une structure et une charge extérieure s'appliquant directement au sol.

Une autre approche consiste à faire appel aux méthodes de calcul en éléments finis en trois dimensions : des méthodes qui, outre la multiplicité des paramètres, sont réputées complexes et lourdes, surtout pour des études préliminaires.

Cet article présente une approche intermédiaire permettant de répondre de manière satisfaisante à ce problème, dans un cadre dérivé de l'élasticité. Cette méthode repose sur les hypothèses suivantes (Fig. 1) :

- le sol considéré est assimilé à un massif multicouche élastique, infini dans les directions horizontales (Ox) et (Oy). Chaque couche est horizontale et caractérisée par son module d'Young et son coefficient de Poisson ;

- le sol supporte une plaque, d'inertie et de géométrie variables, représentative d'un radier ou d'un dallage, et à laquelle on peut appliquer un chargement réparti ou concentré ;

- en plus de la pression exercée par la plaque, le sol peut être soumis à l'application d'une charge extérieure directe, représentative par exemple d'un remblai, pouvant interagir avec le système « sol-structure ».

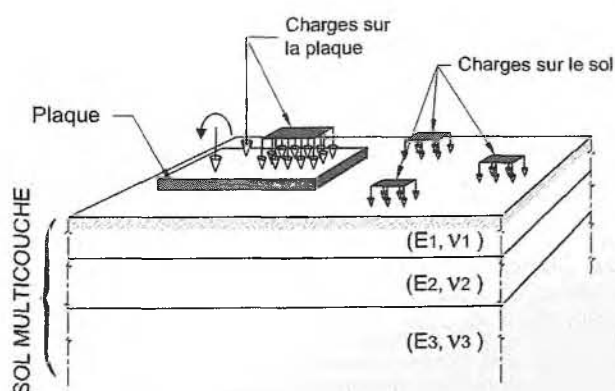


FIG. 1 Position du problème.
Presentation of the problem.

La méthode proposée permet de déterminer en tout point, le tassement, la réaction du sol ainsi que les sollicitations induites dans la plaque.

Notations

Dans toute la suite, les notations suivantes sont adoptées :

NOTATIONS	
E	: Module d'Young (kPa)
ν	: Coefficient de Poisson
w	: Flèche de la plaque, comptée positivement vers le bas (m)
M_x	: Moment de flexion autour de l'axe (-Oy) (kN.m/ml)
M_y	: Moment de flexion autour de l'axe (Ox) (kN.m/ml)
M_{xy}	: Moment de torsion (kN.m/ml)
T_x	: Effort tranchant suivant l'axe (Ox) (kN/ml)
T_y	: Effort tranchant suivant l'axe (Oy) (kN/ml)
n	: Nombre total de nœuds activés du maillage éléments finis de la plaque
\mathbf{K}^e	: Matrice de rigidité de la plaque ($3n \times 3n$)
\mathbf{F}^e	: Vecteur chargement équivalent résultant sur la plaque ($3n$)
\mathbf{F}^{ext}	: Vecteur chargement équivalent relatif aux efforts extérieurs ($3n$)
\mathbf{R}^s	: Vecteur chargement équivalent relatif à la réaction du sol ($3n$)
\mathbf{a}^e	: Vecteur déplacement généralisé de la plaque ($3n$)
\mathbf{T}_{inf}	: Matrice de souplesse (ou d'influence) du sol ($n \times n$)
\mathbf{S}	: Vecteur tassement résultant du sol
\mathbf{P}^s	: Vecteur réaction du sol (n)
\mathbf{s}^{ext}	: Vecteur tassement représentant la part du tassement résultant des charges extérieures s'appliquant directement au sol (n)
\mathbf{T}^s	: Matrice de passage permettant d'exprimer \mathbf{R}^s en fonction de \mathbf{P}^s ($3n \times n$)
\mathbf{G}	: Matrice de passage permettant d'exprimer \mathbf{S} en fonction de \mathbf{a}^e ($n \times 3n$)

Référence à quelques méthodes existantes

Plusieurs méthodes de calcul des radiers ou dallages ont été proposées pour offrir des approches intermédiaires entre la méthode « aux coefficients de réaction » et les éléments finis 3D permettant d'aborder ces problèmes d'interaction sol-structure ; toutes reposant sur des hypothèses plus ou moins simplificatrices.

P. Vezole (1986) a abordé ce problème dans un cadre bidimensionnel (problème plan ou à symétrie de révolution), en proposant une approche consistant à discrétiser la structure étudiée (radier, semelle ou dallage...) en plusieurs tronçons et à combiner cette discrétisation avec les formules usuelles relatives au calcul des tassements d'un massif élastique semi-infini. L'auteur a appliqué cette approche à quelques cas courants pour mettre en lumière les simplifications implicitement introduites par la méthode « aux coefficients de réaction ».

Dans la même optique, M. Cassan *et al.* (1991) ont mis au point une approche simplifiée pour l'étude de l'interaction sol – radier, dont le principe est proche de celui de la méthode objet de cet article. Leur approche est basée, pour l'équilibre du radier, sur l'intégration numérique de l'équation de Lagrange. Pour le sol support, elle consiste à faire appel à la distribution de contraintes de Boussinesq, supposée applicable même en présence d'un substratum. Il a été vérifié, sur des cas simples, que cette approche conduit à des résultats très voisins de ceux obtenus par traitement complet en éléments finis.

Pour le cas des dallages, le DTU 13.3 fournit une méthode simplifiée, basée sur la combinaison des formules de Boussinesq et de celles relatives à une plaque infinie sur ressorts juxtaposés. Cette méthode permet de calculer les déformations et les sollicitations dans le corps du dallage dues à différents types de chargement.

Ces trois approches ont deux facteurs en commun qu'il convient de souligner : l'utilisation des formules de Boussinesq pour le calcul des tassements et l'adoption du modèle simplifié des plaques (ou poutres) minces pour calculer l'équilibre de la fondation.

On peut également citer la méthode couramment utilisée pour le dimensionnement des chaussées, qui consiste à assimiler l'ensemble « chaussée + sol » à un multicouche élastique, en résolvant rigoureusement le problème de Burmister (1943). Cette méthode puissante, ne permet cependant pas de prendre en compte les efforts de bord puisque l'élément de fondation est supposé infini en plan. Également, sa résolution numérique qui n'est actuellement réalisée qu'en coordonnées cylindriques, ne s'applique qu'à des charges circulaires ; le cas des charges rectangulaires est traité en considérant un ou plusieurs disques d'emprise équivalente.

4

Notions théoriques préliminaires

4.1

Modélisation d'une plaque en flexion pure

La plaque est supposée localement homogène isotrope, de comportement élastique linéaire. On se limite au cas des plaques travaillant en flexion pure, et dont l'épaisseur est faible devant les autres dimensions, ce qui permet d'adopter la théorie classique des plaques minces et plus exactement « le modèle discret de Kirchhoff », où seules les déformations dues à la flexion sont prises en compte : la contribution des déformations de cisaillement est donc négligée.

Dans le cadre de ce modèle, deux systèmes d'équations régissent le comportement et l'équilibre de la plaque :

$$\begin{cases} T_x + \left(\frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \right) = 0 \\ T_y + \left(\frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \right) = 0 \\ q + \left(\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} \right) = 0 \end{cases} \quad \text{– équations d'équilibre} \quad (1)$$

$$\begin{cases} M_x = \frac{EI}{(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y = \frac{EI}{(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \\ M_{xy} = \frac{2EI}{(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial xy} \right) \end{cases} \quad \text{– loi de comportement} \quad (2)$$

où q désigne la densité de charge appliquée localement à la plaque ; EI , le produit d'inertie (on rappelle que $EI = \frac{Eh^3}{12}$, E étant le module d'Young de la plaque et h son épaisseur) ; ν , le coefficient de Poisson.

La combinaison des équations (1) et (2) conduit à l'équation (3), dite de Lagrange :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q \frac{(1-\nu^2)}{EI} \quad (3)$$

La résolution de cette équation peut être menée à l'aide d'une formulation en éléments finis. On a choisi un modèle de type « déplacements » avec des éléments rectangulaires à quatre nœuds et douze degrés de liberté (Zienkiewicz et Taylor, 1991) : chaque nœud possède ainsi trois degrés de liberté, une translation et deux rotations, sachant que ces rotations ne sont autres que les premières dérivées partielles de la flèche (approximation de Kirchhoff).

Ce modèle, simple à mettre en œuvre, converge par ailleurs de manière sûre et rapide.

4.2

Modélisation du sol : formules de Boussinesq

4.2.1

A propos des formules de Boussinesq

Le sol est assimilé à un massif multicouche élastique. Certes, tous les géotechniciens savent bien que le sol n'est pas un matériau élastique, mais Terzaghi, lui-même, admettait que lorsque les contraintes sont inférieures au tiers des valeurs limites, on peut considérer avec une approximation suffisante que le sol a un comportement élastique.

Le comportement élastique du sol étant admis, on se propose d'utiliser les formules de Boussinesq pour le calcul des tassements en surface. Ces formules qui ont été établies pour le cas d'un massif homogène semi-infini, peuvent être étendues au cas d'un multicouche en admettant que les distributions de contraintes sont identiques dans les deux cas. Burland *et al.* (1977) ont discuté de manière approfondie les conditions de cette simplification ; ils ont conclu que celle-ci était effectivement acceptable dans la majorité des situations couramment rencontrées par l'ingénieur. Une exception

notable est le cas d'une couche raide surmontant des couches plus déformables.

4.2.2

Calcul des tassements

Le calcul des tassements est fondé principalement sur la formule de Steinbrenner qui découle des formules de Boussinesq (Terzaghi, 1943). Cette formule permet d'exprimer le tassement, dû à une couche située entre les profondeurs D1 et D2 (Fig. 2), sous le coin d'une charge rectangulaire uniforme q :

$$\rho_{D1-D2} = \frac{qB}{E} ((1-\nu^2)(F_1(d_2) - F_1(d_1)) + (1-\nu-2\nu^2)(F_2(d_2) - F_2(d_1))) \quad (4)$$

avec :

$$\begin{cases} F_1(d) = \frac{1}{\pi} \left(\ln \left(\frac{(1+\sqrt{1^2+1})\sqrt{1^2+d^2}}{1(1+\sqrt{1+d^2+1^2})} \right) + \ln \left(\frac{(1+\sqrt{1^2+1})\sqrt{1+d^2}}{(1+\sqrt{1+d^2+1^2})} \right) \right) \\ F_2(d) = \frac{d}{2\pi} \arctan \left(\frac{l}{d\sqrt{1+d^2+1^2}} \right) \end{cases} \quad d = \frac{D}{B} \text{ et } l = \frac{L}{B} \quad (5)$$

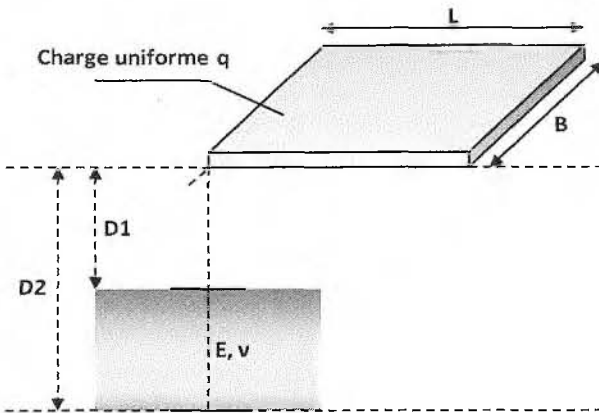


FIG. 2 Application de la formule de Steinbrenner. Application of the Steinbrenner's formula.

Ainsi, par addition des tassements produits dans chaque couche, l'application de cette formule, combinée avec la méthode de superposition algébrique, permet d'évaluer le tassement induit par une ou plusieurs charges rectangulaires, en tout point de surface d'un multicouche élastique.

5

Principes théoriques de la méthode

La plaque est discrétisée en éléments finis rectangulaires. Si l'on admet que la réaction du sol est uniformément répartie autour de chaque nœud, on peut alors exprimer les tassements aux nœuds en fonction de la réaction du sol à l'aide d'une « matrice de souplesse » dont le calcul peut être conduit sur la base des caractéristiques de chaque couche à l'aide des formules de Boussinesq. La formulation finale du problème est obtenue ensuite en écrivant l'égalité, en chaque nœud, entre le tassement du sol et le déplacement vertical de la plaque.

5.1

Modélisation de la plaque

La discrétisation de la plaque est réalisée à l'aide d'un maillage dont le « pas » peut varier dans les deux directions (Fig. 3). Les éléments utilisés sont les éléments rectangulaires de Kirchhoff présentés précédemment. Chaque élément est caractérisé par son module d'Young E, son épaisseur h et son coefficient de Poisson ν. Il convient de noter que le choix du coefficient de Poisson influe de façon notable sur les moments calculés dans la plaque. En particulier, si on choisit ν = 0, alors le moment dans chaque direction est proportionnel à la courbure associée, ce qui n'est pas le cas si ν ≠ 0. Dans le cas d'une plaque en béton, il est d'usage de prendre ν = 0,2 si le béton est non armé et ν = 0 dans le cas d'un béton armé.

Le chargement extérieur appliqué à la plaque est introduit à l'aide de charges réparties associées à chaque élément, et de charges ponctuelles (effort vertical + deux moments fléchissants) associées à chaque nœud du maillage.

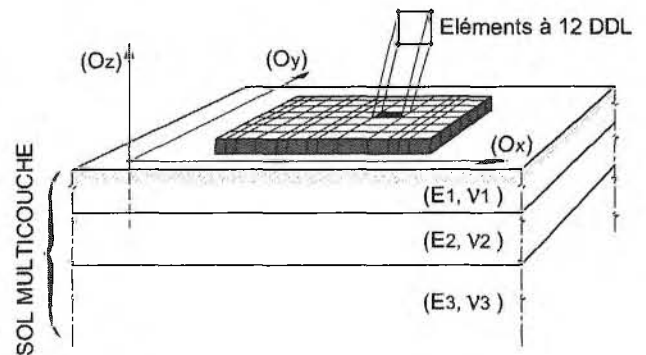


FIG. 3 Modélisation de la plaque en éléments finis. Modelling of the plate by the finite element method.

Par ailleurs, une technique de « désactivation des éléments » permet de modéliser une plaque de forme polygonale, l'existence de trous intérieurs, ou encore le cas de plusieurs plaques désolidarisées (Fig. 4).

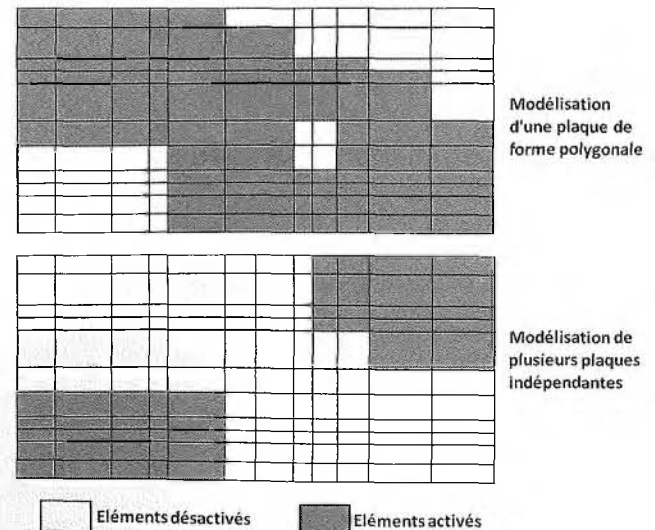


FIG. 4 Modélisation d'une forme polygonale, modélisation de plusieurs plaques. Modelling of a polygonal shape, modelling of several plates.

Pour tout ce qui suit, on désigne par « n » le nombre total des nœuds (activés) du maillage. A l'aide de ce maillage, l'équation d'équilibre de la plaque se traduit par un système linéaire (6) :

$$\underline{K}^e \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{F}^e \quad (6)$$

où \underline{K}^e est la matrice de rigidité de la plaque ($3n \times 3n$), constituée par assemblage des matrices de rigidité associées à chaque élément du maillage ; \mathbf{F}^e , le vecteur chargement équivalent de la plaque ($3n$), constitué par assemblage des « vecteurs chargement » élémentaires ; \mathbf{a}^e , le vecteur déplacement équivalent de la plaque ($3n$), constitué par le déplacement et les rotations en chaque nœud.

En examinant les efforts équilibrant la plaque (Fig. 5), on peut décomposer le vecteur chargement en deux parties : un vecteur chargement relatif aux efforts extérieurs \mathbf{F}^{ext} , et un vecteur chargement relatif à la réaction du sol \mathbf{R}^s :

$$\underline{K}^e \cdot \mathbf{a}^e = \mathbf{F}^{ext} - \mathbf{R}^s \quad (7)$$

Le premier vecteur est calculé directement à l'aide des charges appliquées sur la plaque. Le deuxième fait intervenir la rigidité du sol.

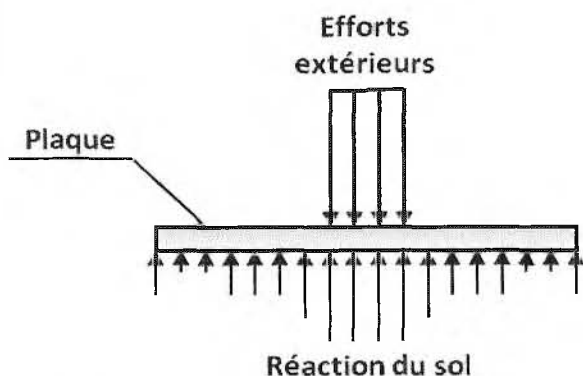


FIG. 5 Équilibre de la plaque.
Equilibrium of the plate.

5.2

Modélisation de l'interaction sol-plaque

On se place dans l'hypothèse d'un contact sans frottement : seules les réactions normales à la plaque sont prises en compte. On néglige ainsi les efforts de cisaillement à l'interface sol-plaque.

Par le principe d'action-réaction, la réaction du sol n'est autre que la pression exercée par la plaque sur celui-ci. L'idée de base consiste à supposer que cette pression est uniforme autour de chaque nœud : plus exactement, elle est uniforme sur un rectangle délimité par les centres des éléments connectés à ce nœud. Il faut bien sûr tenir compte du cas particulier d'un nœud situé sur le bord, d'un nœud situé en un coin sortant ou rentrant. Pour une plaque de forme polygonale, la distribution des pressions d'interaction a la forme schématisée sur la figure 6.

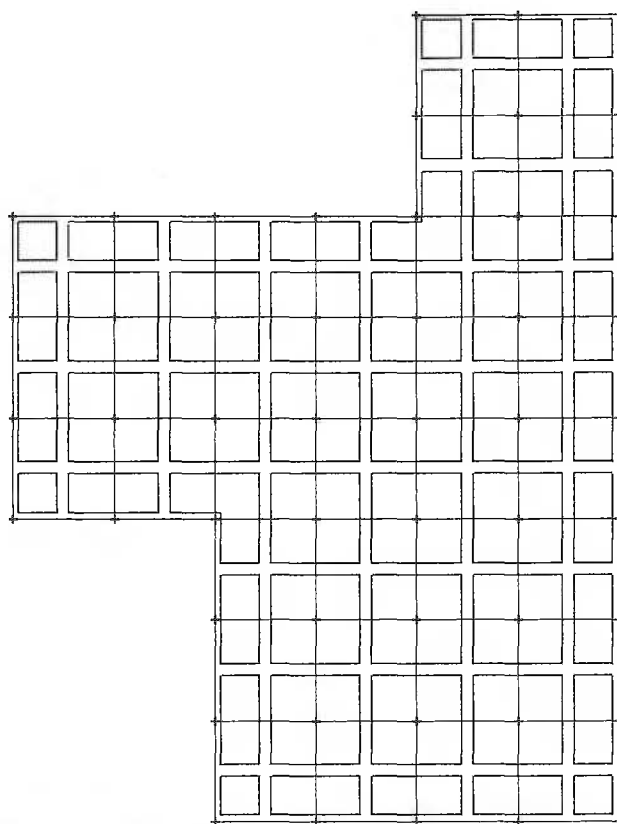


FIG. 6 Distribution de la réaction du sol sous les éléments de plaque.
Distribution of soil reactions under plate elements.

5.3

Modélisation du sol support

Le sol est assimilé à un massif multicouche élastique. Chaque couche est caractérisée par son module d'Young, son épaisseur et son coefficient de Poisson. L'influence de ce dernier est généralement faible, et il est d'usage de prendre une valeur comprise entre 0,25 et 0,35. Le module d'Young est souvent estimé en référence aux résultats des essais pressiométriques, en adoptant une valeur égale à $k \frac{E_M}{\alpha}$, E_M étant le module pressiométrique ; α , le coefficient rhéologique, et k un facteur majorant, pouvant varier entre 1 et 4, et qui dépend à la fois du type de sol, de la dimension de la fondation ainsi que du niveau de déformation atteint. O. Combarieu (2006) a discuté de manière approfondie du choix de la valeur de k ; il a notamment montré qu'un calcul élastique mené, comme il est souvent constaté, en adoptant le choix de la valeur $k = 1$, peut conduire à des tassements pessimistes.

A l'aide du maillage associé à la plaque, on définit une « matrice de souplesse » du sol notée \underline{T}_{inf} ($n \times n$), qui permet de relier linéairement les pressions exercées sur le sol aux tassements induits par celles-ci (8) ; de telle sorte que le coefficient « α_{ij} » est calculé en examinant le tassement induit au nœud « i » par une pression unitaire appliquée autour du nœud « j ». Le calcul est conduit à l'aide de la méthode présentée en 4.2.

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \dots & \alpha_{nn} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix} \quad (8)$$

Tassements Matrice de souplesse Pressions d'interaction

\underline{S} $\underline{T}_{\text{inf}}$ \underline{P}^s

Bien noter que cette matrice n'est pas symétrique, autrement dit, on a dans le cas général : $\alpha_{ij} \neq \alpha_{ji}$.

Par ailleurs, le tassement du sol en surface résulte à la fois de la pression exercée par la plaque et des charges extérieures s'appliquant directement au sol (Fig. 1). On écrit donc :

$$\underline{S} = \underline{T}_{\text{inf}} \cdot \underline{P}^s + \underline{s}^{\text{ext}}, \quad \underline{P}^s = (\underline{T}_{\text{inf}})^{-1} \cdot (\underline{S} - \underline{s}^{\text{ext}}) \quad (9)$$

où $\underline{s}^{\text{ext}}$ désigne la part du tassement générée par ces charges extérieures.

5.4

Formulation du problème et résultats

On reprend à présent l'équation d'équilibre de la plaque : $\underline{K}^e \cdot \underline{a}^e = \underline{F}^{\text{ext}} - \underline{R}^s$. Le terme \underline{R}^s s'exprime linéairement en fonction de la réaction du sol \underline{P}^s . Ensuite, à l'aide de la matrice de souplesse, on exprime la réaction du sol en fonction du tassement (9). Enfin, la formulation finale du problème s'obtient en écrivant l'égalité, en chaque nœud, entre le tassement du sol et le déplacement vertical de la plaque :

$$(\underline{K}^e + \underline{T}^s \cdot (\underline{T}_{\text{inf}})^{-1} \cdot \underline{G}) \cdot \underline{a}^e = \underline{F}^{\text{ext}} + \underline{T}^s \cdot (\underline{T}_{\text{inf}})^{-1} \cdot \underline{s}^{\text{ext}} \quad (10)$$

où \underline{T}^s est la matrice de passage qui permet d'exprimer \underline{R}^s en fonction de \underline{P}^s ; \underline{G} , la matrice qui permet de passer de \underline{S} à \underline{a}^e grâce à l'égalité en chaque nœud entre le tassement et le déplacement vertical de la plaque.

La résolution de ce système permet d'évaluer le vecteur déplacement généralisé \underline{a}^e , et donc les variables nodales associées à chaque élément du maillage. Cela permet de calculer :

- la flèche w de la plaque en tout point de chaque élément ;
- la réaction du sol en tout point à l'aide de (9) ;
- le tassement du sol en tout point (y compris au droit des parties désactivées) ;
- les moments fléchissants dans la plaque, que l'on peut évaluer à partir de la flèche de la plaque définie dans chaque élément à l'aide de (2). Notons que les moments sont calculés uniquement à l'intérieur de chaque élément (en quatre points dits « points d'intégration ») du fait du caractère « non conforme » des éléments utilisés, qui n'assure pas la continuité des efforts lors du passage d'un élément à un autre.

5.5

Traitement de certains cas particuliers

5.5.1

Décollement de la plaque

Le calcul précédent est valable dans l'hypothèse où la plaque demeure en contact avec le sol. Le sol ne pouvant générer des efforts de traction, l'obtention de

réactions négatives nécessite de considérer les nœuds correspondants comme « décollés ». Ceci est réalisé à l'aide d'un calcul itératif automatique moyennant un critère de décollement : un seuil de traction au-delà duquel on considère qu'il n'y a plus de liaison entre la plaque et le sol en surface. Ainsi, pour les nœuds considérés comme « décollés » :

- le déplacement de la plaque n'est plus égal au tassement du sol ;
- la réaction du sol au droit de ces nœuds est nulle.

Un retraitement adapté de la matrice de souplesse (8) permet de tenir compte de ces nouvelles conditions.

Limitation de la réaction du sol

Dans certains calculs élastiques, on aboutit souvent à un pic de réaction au bord de la plaque (exemple d'une semelle chargée uniformément). Dans la discrétisation de plaque adoptée, ce pic de réaction est d'autant plus important que la largeur des éléments placés au bord est réduite. Pour un sol réel, il y a limitation de ce pic par déformation plastique.

Cette limitation peut être contournée (mais seulement partiellement) en contrôlant la taille des éléments placés au bord pour créer les conditions d'une diffusion de ce pic de réaction. Une autre manière plus élaborée consiste à simuler la plastification du sol à l'interface sol-plaque en menant un calcul itératif automatique, tel qu'au droit des nœuds considérés comme « plastifiés », la réaction du sol est imposée égale à un seuil de plastification prédéfini, tandis que pour les zones non plastifiées, l'expression élastique des tassements est conservée. On s'assure enfin que la répartition des réactions obtenues respecte bien l'équilibre statique de la plaque.

Prise en compte d'une contrainte initiale dans le sol

Il s'agit de traiter le cas où une contrainte initiale (ou une contrainte « avant travaux ») existe dans le sol, par exemple le cas d'un radier fondé au fond d'une excavation. L'hypothèse adoptée consiste à ne transmettre au sol que la fraction de la charge qui excède le poids des terres initial. Ceci peut être pris en compte en adaptant la relation (9) :

$$\underline{S} = \underline{T}_{\text{inf}} (\underline{P}^s - \underline{\sigma}_v^0) + \underline{s}^{\text{ext}} \quad (11)$$

où $\underline{\sigma}_v^0$ est le vecteur des contraintes verticales initiales.

6

Mise en œuvre de la méthode

La méthode présentée a fait l'objet d'un programme informatique, nommé TASPLAQ, qui a la capacité de traiter :

- le cas d'une plaque de géométrie et d'inertie variables, soumise à un chargement qui peut être réparti (charges verticales) ou ponctuel (efforts verticaux et moments) ;
- le cas d'un sol support défini comme un massif multicouche élastique, qui peut être soumis, en plus de la pression exercée par la plaque, à des charges extérieures directes ;

– la gestion automatique du décollement de la plaque ainsi que de la limitation locale des pressions d’interaction.

Le programme permet également d’introduire des ressorts élastiques sous la plaque, avec des raideurs en rotation ou en translation, ponctuelles ou réparties.

Par ailleurs, afin de permettre le traitement de certains cas particuliers, le programme a été adapté pour tenir compte de différents cas de symétrie : symétrie par rapport à un ou deux plans, symétrie par rapport à un axe, ou encore le cas des déformations planes. Dans chaque cas, la condition de symétrie est supposée valable pour la plaque, pour le sol, ainsi que pour le chargement.

La symétrie par rapport à un axe correspond au cas d’une plaque circulaire soumise à un chargement à symétrie de révolution. Le traitement d’un tel cas nécessite d’adopter des modèles particuliers : pour la plaque, on adopte le modèle de Kirchhoff avec des éléments annulaires à deux nœuds et quatre degrés de liberté ; pour le sol, une intégration numérique des formules de Boussinesq est réalisée pour le calcul du tassement d’une charge annulaire uniformément répartie.

Le cas des déformations planes correspond à la situation où la flexion de la plaque peut être négligée dans une direction. Dans ce cas, on utilise pour la fondation des éléments finis de poutre, tandis que pour le sol, il suffit d’adopter les formules de Boussinesq utilisées pour le cas d’un plan semi infini (problème de Flamant).

7

Quelques exemples

L’objet de cette partie est d’illustrer la mise en pratique de la méthode TASPLAQ à travers quatre exemples retenus volontairement schématiques et simples : le cas d’une dalle sous chargement ponctuel, celui d’un dallage avec différents systèmes de joints, celui d’une semelle chargée localement, ou encore le cas de l’interaction entre un radier et un remblai.

7.1

Exemple 1 : dalle rectangulaire sous charges concentrées voisines

Une dalle rectangulaire de 20 m de côté est soumise à l’application de deux charges voisines de 500 kN chacune. Les données du problème sont détaillées sur la figure 7. La dalle a été discrétisée à l’aide du maillage représenté sur la figure 8, qui a été raffiné autour des deux points d’application des charges. Ces deux charges ont été introduites dans TASPLAQ comme des charges ponctuelles verticales. On ne tient pas compte du poids propre de la dalle dans cet exemple.

Le calcul permet de déterminer en tout point, le tassement, la réaction du sol, ainsi que les moments fléchissants. Ces résultats peuvent être présentés graphiquement d’une manière surfacique en 3D ou en faisant des coupes suivant des axes particuliers.

Les figures 9 et 10 illustrent les résultats obtenus au droit de l’axe (AX) représenté sur la figure 8. La courbe de tassements révèle deux « pics » proches des points

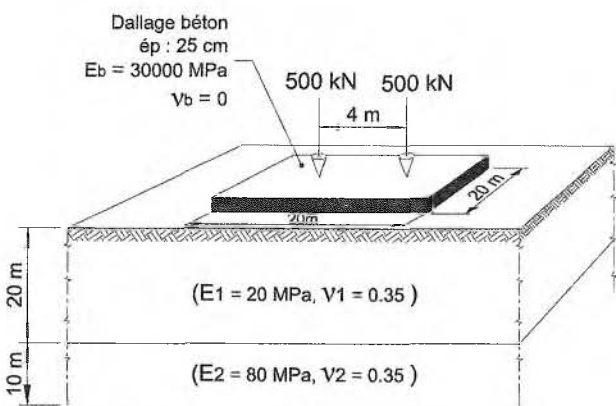


FIG. 7 Exemple 1 : données du problème.
General data for the example 1.

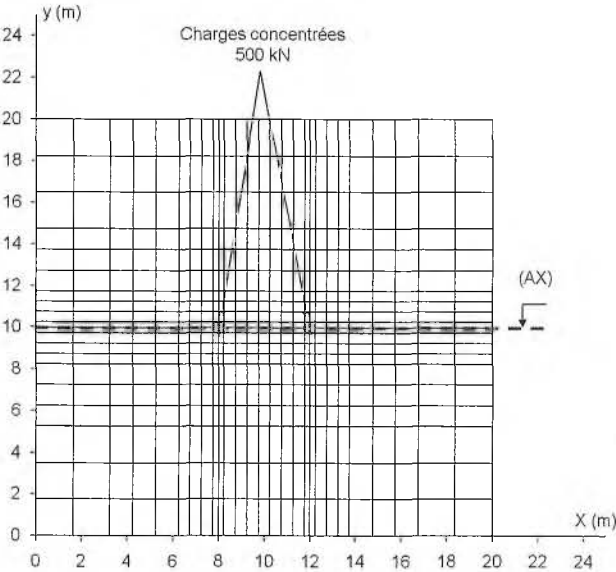


FIG. 8 Exemple 1 : maillage utilisé.
Mesh considered for the example 1.

d’application des charges. On retrouve le caractère « en escalier » de la réaction du sol (uniforme autour de chaque nœud). La réaction maximale est de 45 kPa pour un tassement de l’ordre de 6,6 mm.

Au niveau des sollicitations, il est à noter que le cas d’un chargement ponctuel demeure purement théorique ; il conduit en toute rigueur à des valeurs infinies de moment aux points d’application des charges. Dans le cas présent, le maillage de la plaque introduit une diffusion implicite des deux efforts qui explique les valeurs obtenues.

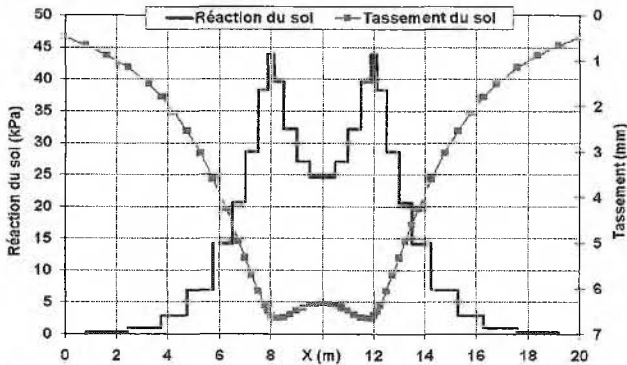
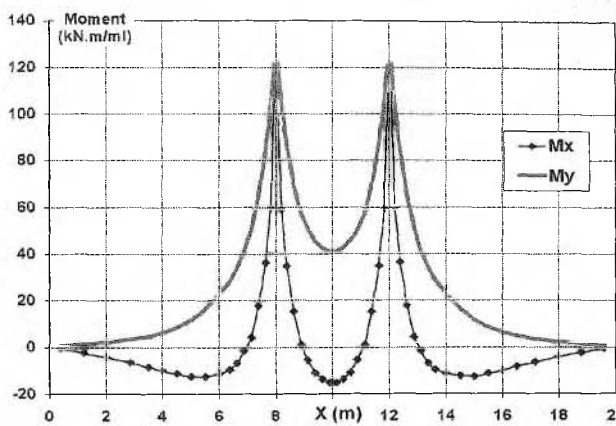
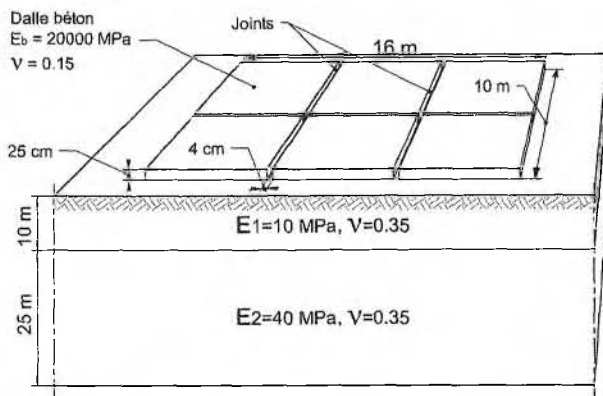


FIG. 9 Exemple 1 : tassements et réaction du sol (coupe AX).
Example 1 : settlements and soil reaction (AX cross section).



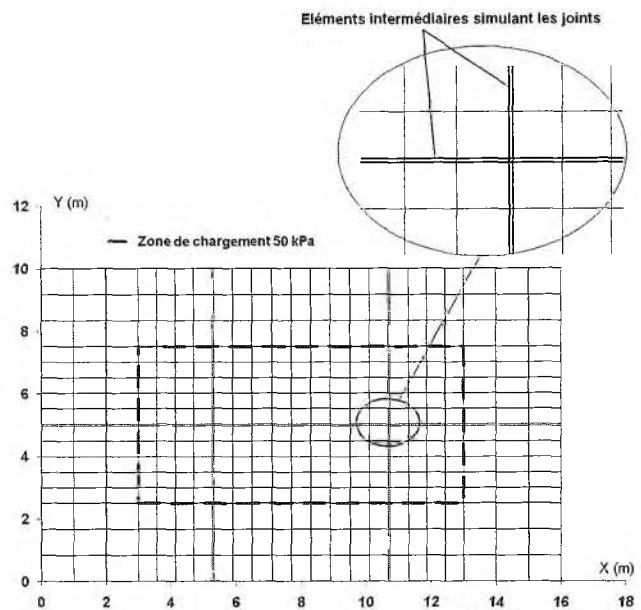
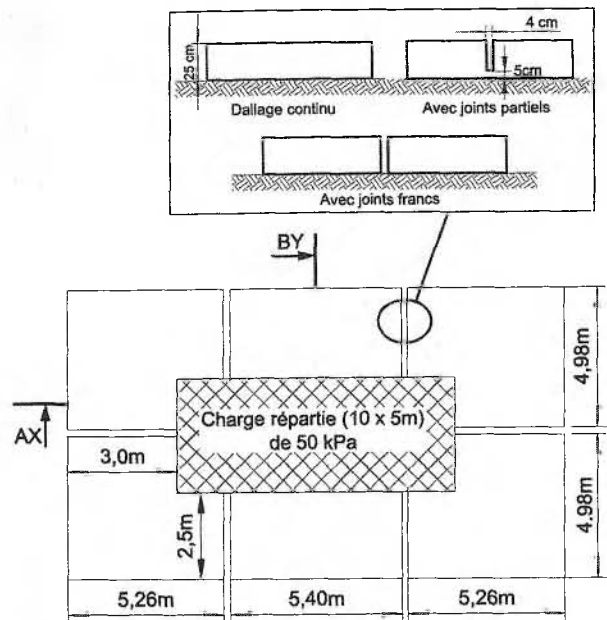
Exemple 2 : dallage rectangulaire avec différents systèmes de joints

Un dallage rectangulaire de $16\text{ m} \times 10\text{ m}$ est soumis, en plus de son poids propre, à une charge de 50 kPa répartie sur $10\text{ m} \times 5\text{ m}$ en son centre. L'objet de cet exemple est d'illustrer l'aptitude de la méthode à traiter également le cas des dallages avec différents systèmes de joints. Trois situations ont été étudiées : le cas d'un dallage continu (sans joints), le cas des joints partiels et le cas des joints francs. Les figures 11 et 12 détaillent les données du problème.



Le dallage a été discrétisé selon le maillage représenté sur la figure 13. Des éléments intermédiaires y ont été introduits permettant de simuler la présence éventuelle des joints : dans le cas d'un dallage continu, on affecte à ces éléments les mêmes caractéristiques mécaniques que celles du corps de dallage ; dans le cas d'un dallage avec joints partiels, on a supposé que le dallage a été scié sur 4/5 de son épaisseur (Fig. 12), ce qui revient à affecter à ces éléments une épaisseur réduite égale à 5 cm ; enfin, dans le cas d'un dallage avec joints francs, ces éléments sont tout simplement désactivés.

Pour le chargement, en plus de la charge centrale de 50 kPa, on tient compte du poids propre du dallage modélisé comme une charge de 6,25 kPa répartie sur toute la surface de la plaque. Enfin, un critère de décollement de 0 kPa a été considéré : aucune traction n'est donc autorisée à l'interface sol-plaque.



Les figures 14 et 15 présentent les résultats obtenus en termes de tassements et de moments au droit des coupes AX et BY identifiées sur la figure 12. Ces résultats montrent que la présence des joints modifie notablement l'amplitude et l'allure des moments dans les deux directions. Les sollicitations dans le corps du dallage sont ainsi atténuées et les tassements sont légèrement augmentés en transformant progressivement le dallage continu initial en six panneaux désolidarisés demeurant en interaction réciproque. Notons que dans le cas ultime des joints francs, l'interaction entre les six panneaux du dallage illustrée par le modèle TASPLAQ, ne peut pas être retrouvée dans un calcul où le sol est assimilé à des ressorts juxtaposés.

Exemple 3 : semelle de roulement chargée localement

Une semelle de roulement de 30 m de longueur et de 6 m de largeur, est soumise à une charge de 150 kPa appliquée sur sa poutre centrale sur un linéaire de 10,5 m. Les données du problème sont détaillées sur la figure 16. La semelle a été discrétisée selon le maillage de la figure 17, où sont également représentés les deux axes de symétries du problème (AX) et (BY) situés respectivement à $y = 3$ m et $x = 15$ m.

Dans cet exemple, le poids propre de la semelle a volontairement été négligé et un critère de décollement de 0 kPa a été considéré : aucune traction n'est donc autorisée à l'interface sol-plaque.

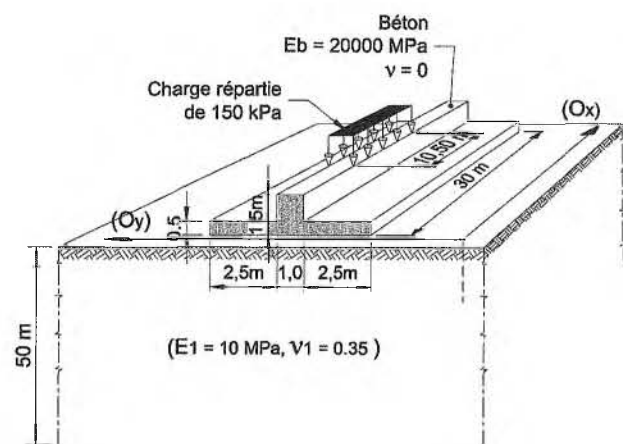


FIG. 16 Exemple 3 : données du problème.
Example 3 : general data.

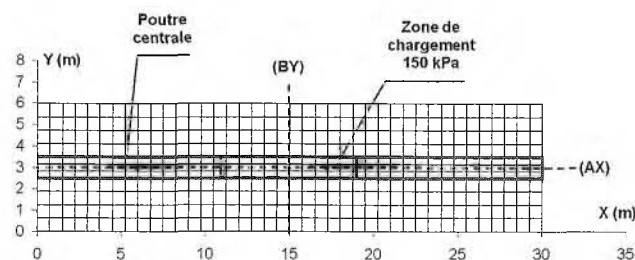


FIG. 17 Exemple 3 : maillage utilisé.
Mesh considered for the example 3.

Les figures 18 et 19 présentent les résultats obtenus, au droit des axes (AX) et (BY), en termes de flèche, de tassements ainsi que de réaction du sol. Ces résultats montrent qu'avec le critère de décollement considéré, une zone de décollement est observée aux deux extrémités de la semelle : ceci résulte en partie du fait que le poids propre de la semelle ait été négligé. L'exemple retenu volontairement schématique illustre bien l'aptitude du modèle à gérer les décollements. La figure 19 illustre également « l'effet de bord » qui se caractérise par une augmentation du rapport « contraintes/déformations » au voisinage des bords de la semelle. On peut enfin remarquer que la semelle, par sa rigidité, diffuse la charge qui lui est appliquée : la réaction du sol au centre de la semelle n'excède pas 14 kPa.

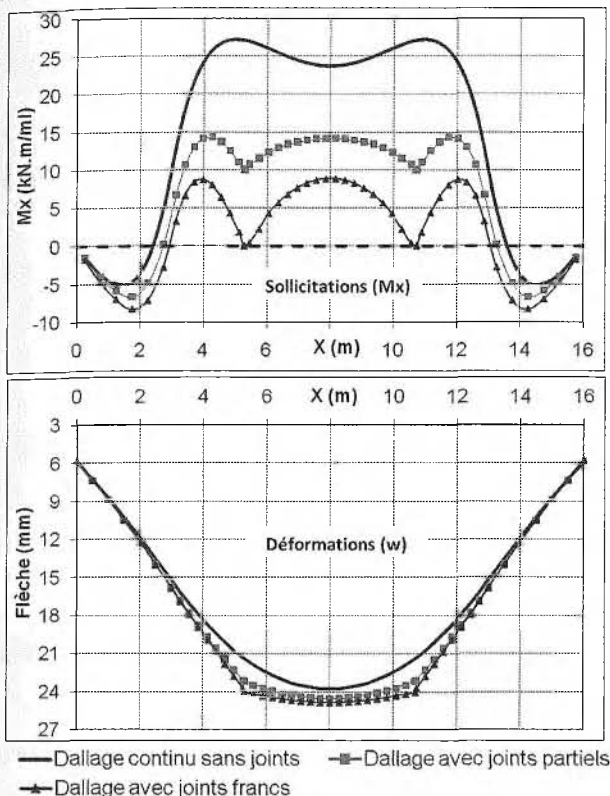


FIG. 14 Comparaison des trois situations (coupe AX).
Comparison of the three situations (AX cross section).

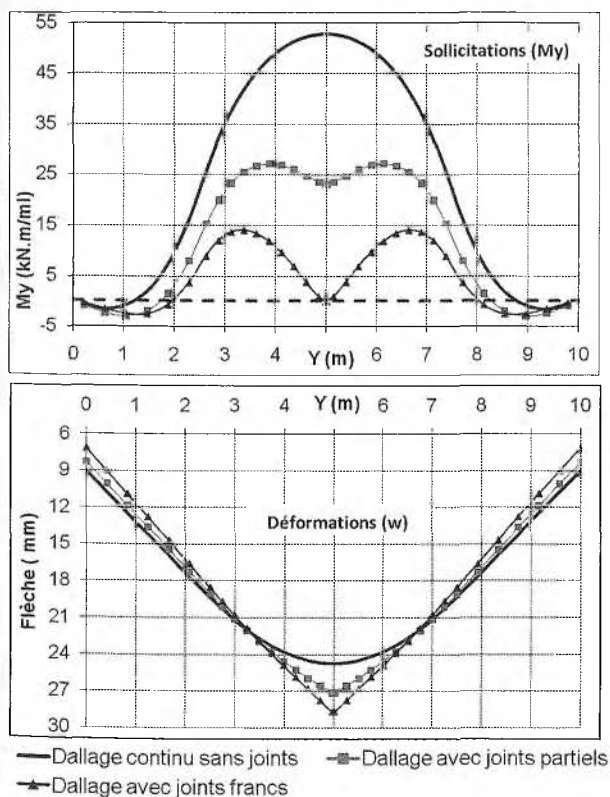


FIG. 15 Comparaison des trois situations (coupe BY).
Comparison of the three situations (BY cross section).

Exemple 4 : radier au voisinage d'un remblai

Un radier en forme de « L » est soumis, en plus de l'action de son poids propre, à l'application de trois charges concentrées de 300 kN chacune. Ce radier est situé au voisinage d'un remblai de 2 m de hauteur, comme le schématise la figure 21.

Le radier a été discrétisé selon le maillage représenté sur la figure 22, dont une zone est désactivée pour suivre la géométrie de la plaque. Dans ce maillage, chacune des charges concentrées a une surface d'impact de 1 m x 1 m. Le poids propre du radier est modélisé par une charge répartie de 12,5 kPa appliquée à toute la surface de la plaque. Enfin, le remblai est pris en compte comme une charge extérieure de 40 kPa, s'exerçant directement sur le sol au droit de la zone désactivée. Le remblai est ainsi implicitement supposé appliqué en même temps que les charges sur le radier.

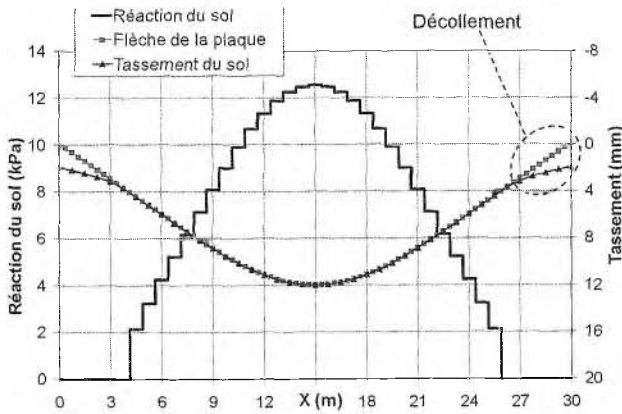


FIG. 18 Exemple 3 : flèche de la plaque, tassements et réaction du sol (coupe AX).

Example 3 : plate deflection, settlements and soil reaction (cross section AX).

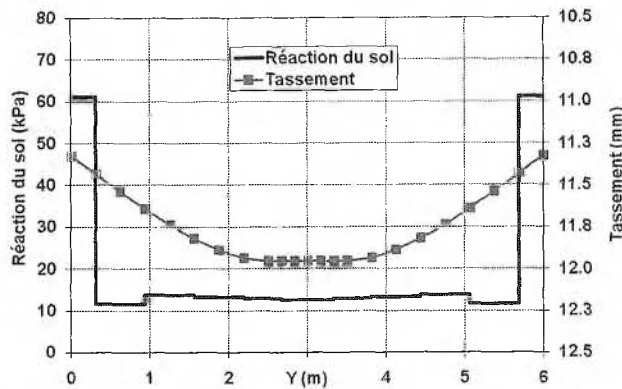


FIG. 19 Exemple 3 : tassements et réaction du sol (coupe BY).

Example 3 : settlements and soil reaction (cross section BY).

La figure 20 présente les résultats obtenus en termes de moments fléchissants M_x et M_y . Ces résultats montrent que le moment M_x est repris principalement par l'âme de la semelle.

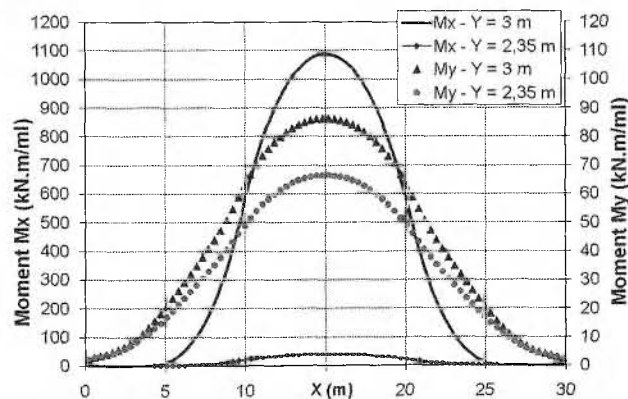


FIG. 20 Exemple 3 : moments fléchissants M_x et M_y .

Example 3 : bending moments M_x and M_y .

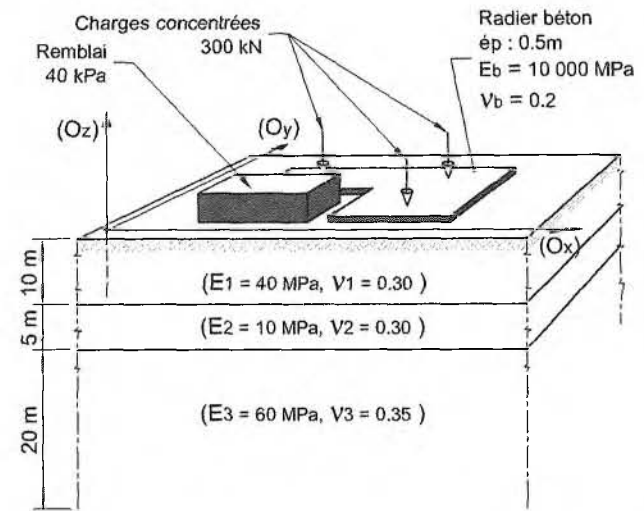


FIG. 21 Exemple 4 : données du problème.

Example 4 : general data.

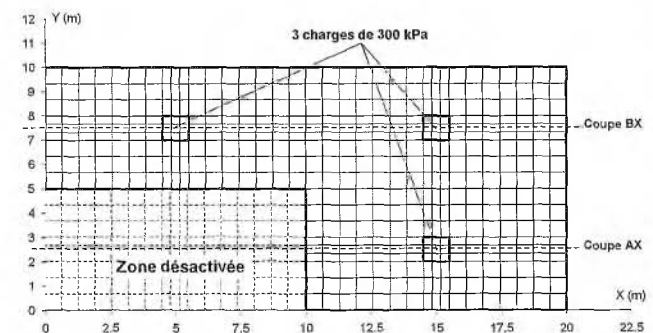


FIG. 22 Exemple 4 : maillage utilisé.

Mesh considered for the example 4.

Les résultats peuvent être comparés à ceux obtenus en ignorant la présence du remblai. La figure 23 présente les tassements au droit des coupes (AX) et (BY) identifiées sur la figure 22. Ces résultats illustrent bien l'influence du remblai qui modifie notablement l'allure et l'amplitude des tassements sous le radier. L'interaction radier - remblai mise en évidence ne peut pas être retrouvée par un « calcul sur ressorts » où les charges n'ont une influence qu'au droit des zones où elles sont appliquées.

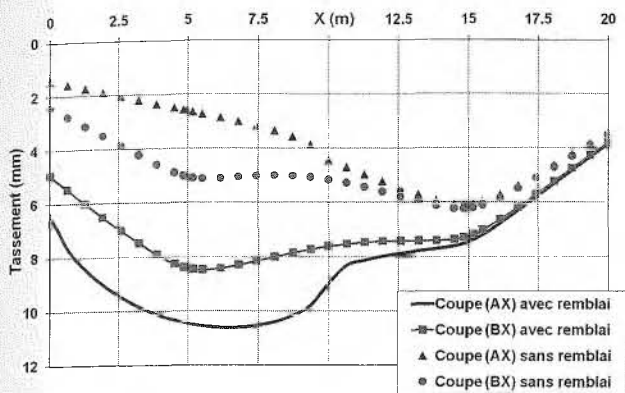


FIG. 23 Exemple 4 : influence du remblai sur les tassements en surface.
 Example 4 : interaction with an embankment : settlements.

8

Comparaison avec d'autres méthodes

8.1

Confrontation à des calculs éléments finis 3D

La méthode présentée a fait l'objet d'une étude de validation qui s'est appuyée sur des tests de comparaison avec d'autres méthodes. Une première étape a consisté à valider le modèle de plaque utilisé, à savoir celui de Kirchhoff à quatre nœuds et douze degrés de liberté, en vérifiant que dans le cas d'une plaque sur appuis élastiques par exemple, on aboutit bien à des résultats comparables à ceux issus des autres modèles de calcul de structure couramment utilisés (analytiques et éléments finis). Une deuxième étape a consisté à valider la méthode dans le cas général d'une plaque sur massif multicouche élastique. Il a pu être établi que, dans le domaine de validité des hypothèses adoptées, TASPLAQ conduit à des résultats voisins de ceux issus d'un traitement complet en éléments finis en trois dimensions, avec des écarts n'excédant pas 10% en général, ce qui est acceptable et convient aux applications pratiques de l'ingénieur.

De manière générale, les écarts constatés sont essentiellement attribués aux limites résultant de la généralisation des formules de Boussinesq au cas d'un multicouche : ces limites, rappelons-le, concernent le cas où les rigidités des couches sont contrastées ; elles ne sont toutefois significatives que lorsqu'une couche raide est rencontrée immédiatement en surface, ce qui n'est pas le cas le plus courant. On constate néanmoins que dans ces cas spécifiques, la rigidité propre à l'élément de structure (plaque du radier ou dallage) atténue notablement les écarts en tassement qui seraient obtenus sans cet élément.

A titre de comparaison, les exemples présentés précédemment ont été modélisés en éléments finis en trois dimensions à l'aide du logiciel PLAXIS 3D (pris comme modèle de référence). Les tableaux I à III présentent les résultats obtenus en termes de tassements et de moments fléchissants :

TABLEAU I Comparaison des tassements (mm).
 Comparison of settlements (mm).

	TASPLAQ	PLAXIS 3D	Rapport ρ
Exemple 1	6,6	6,6	1,00
Exemple 2 ⁽¹⁾	24,8	25,8	0,96
Exemple 3	12,0	12,1	0,99
Exemple 4	10,7	9,9	1,08

TABLEAU II Comparaison des moments maximaux M_x (kN.m/ml).
 Comparison of bending moments M_x (kN.m/ml).

	TASPLAQ	PLAXIS 3D	Rapport ρ
Exemple 1	108	110	0,98
Exemple 2 ⁽¹⁾	28,4	28,7	0,99
Exemple 3	1090	1070	1,02
Exemple 4	60	61	0,98

TABLEAU III Comparaison des moments maximaux M_y (kN.m/ml).
 Comparison of bending moments M_y (kN.m/ml).

	TASPLAQ	PLAXIS 3D	Rapport ρ
Exemple 1	122	118	1,03
Exemple 2 ⁽¹⁾	53	53	1,00
Exemple 3	86	87	0,99
Exemple 4	56	57	0,98

$$\text{avec } \rho = \frac{\text{Valeur TASPLAQ}}{\text{Valeur PLAXIS3D}}$$

La comparaison des tassements (tableau I) conduit à des valeurs de ρ variant entre 0,96 et 1,08. On constate que TASPLAQ sous-estime légèrement les tassements dans la situation où les rigidités des couches croissent avec la profondeur ($\rho < 1$, exemples 1 à 3). En revanche, une surestimation des tassements est observée lorsque les rigidités des couches supérieures décroissent avec la profondeur ($\rho > 1$, exemple 4).

Par contraste, les écarts associés aux moments (tableaux II et III) sont plus faibles avec des valeurs de ρ variant entre 0,98 et 1,03. Les figures 24 et 25 confirment et clarifient cette tendance : on observe en effet que les écarts obtenus en tassements n'induisent que des différences faibles au niveau des sollicitations calculées dans la plaque.

Par ailleurs, la méthode TASPLAQ présente des avantages décisifs par rapport aux éléments finis 3D. Tout d'abord, « l'emprise » du modèle est limitée à celle des éléments de fondation ; sa construction s'en trouve donc notablement simplifiée puisqu'il n'est pas nécessaire de mailler le sol en profondeur et autour de la plaque. Ceci facilite le raffinement du maillage, là où cela est nécessaire (charges, joints...), sans peser sur la taille globale du modèle. Enfin, l'expérience montre que les temps de préparation et de calcul sont réduits, notamment pour les problèmes

⁽¹⁾ Comparaison établie pour le cas d'un dallage continu.

impliquant des phénomènes de décollement puisque le modèle demeure appuyé sur une approche initiale élastique.

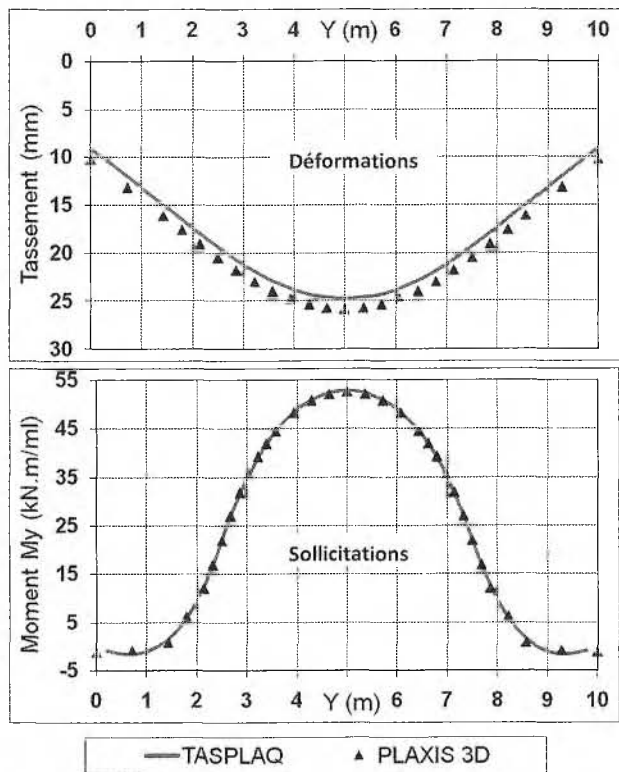


FIG. 24 Exemple 2 (coupe BY).
Example 2 (cross section BY).

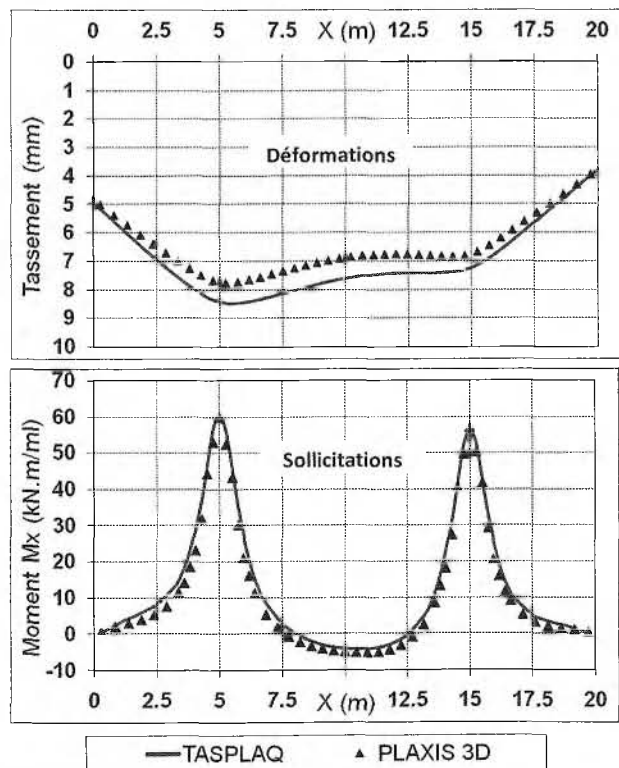


FIG. 25 Exemple 4 (coupe BX).
Example 4 (cross section BX).

8.2

Comparaison avec les règles de calcul du DTU 13.3

L'objet de cette partie est de comparer les résultats issus de TASPLAQ à ceux obtenus par l'application des règles de calcul de la norme dallages (DTU 13.3). Pour cela, on se place dans les conditions de l'exemple 1, avec deux cas de chargement (Fig. 26) : le cas d'une charge isolée de 500 kN au centre du dallage (point O) et le cas de deux charges de 500 kN chacune, espacées de 4 m (aux points A et B).

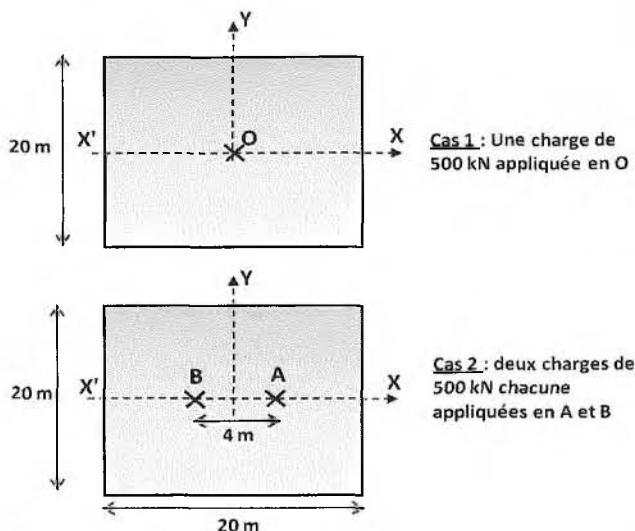


FIG. 26 Cas étudiés : localisation des points de chargement.
Studied cases : location of loading points.

8.2.1

Application des règles de calcul du DTU 13.3

Ces règles, explicitées dans l'annexe C du DTU 13.3, couvrent la détermination des sollicitations subies par le dallage d'origine mécanique (liées aux charges appliquées) ou d'ordre rhéologique (liées au comportement du béton : retrait, gradient thermique, dessiccation...). Seules les sollicitations d'origine mécanique sont traitées par la méthode TASPLAQ, les autres sollicitations devant ensuite leur être combinées au titre du projet complet de l'ouvrage. On se limite donc dans cette partie à la comparaison des déformations et sollicitations d'origine mécaniques, dues aux « charges d'exploitations », obtenues par les deux méthodes.

Dans le cas d'une ou plusieurs charges concentrées en partie courante, la méthode décrite dans le DTU 13.3 repose sur deux notions :

- le diamètre équivalent, noté D_{eq} , égal à celui d'une zone de support circulaire qui, soumise à l'application directe d'une charge uniformément répartie, subit en son centre un tassement identique à celui provoqué sur le dallage par une charge concentrée d'intensité égale à la résultante de cette charge répartie ;
- le module conventionnel de réaction du support, noté K_{eq} , égal au rapport entre la pression uniformément répartie sur la zone de support de diamètre D_{eq} et le tassement en son centre.

Dans l'exemple étudié d'un sol bicouche, le calcul de ces deux paramètres se fait de manière itérative. On obtient les valeurs suivantes :

$$D_{eq} = 5,42 \text{ m}, K_{eq} = 4700 \text{ kPa/m}$$

Le diamètre équivalent obtenu est associé à chaque charge concentrée appliquée en partie courante du dallage. Les déformations induites par ces charges sont calculées par la formule suivante :

$$w = \sum_1^n w_i \cdot C_{P(x_i,0)} \tag{12}$$

où w est le tassement provoqué par la charge concentrée d'indice i au droit de cette charge ; $C_p(x_i,0)$, le coefficient de propagation du tassement qu'on calcule à partir des coefficients d'influence relatifs à un support homogène et les caractéristiques mécaniques de chaque couche ; x_i , la distance de la charge d'indice i au point de calcul.

Pour les sollicitations, le DTU 13.3 suggère une méthode de calcul s'appuyant sur la courbure du support et fournissant les moments conventionnels dus à différents types de chargement.

8.2.2
Cas d'une charge isolée

Sur la figure 27, on a représenté les tassements

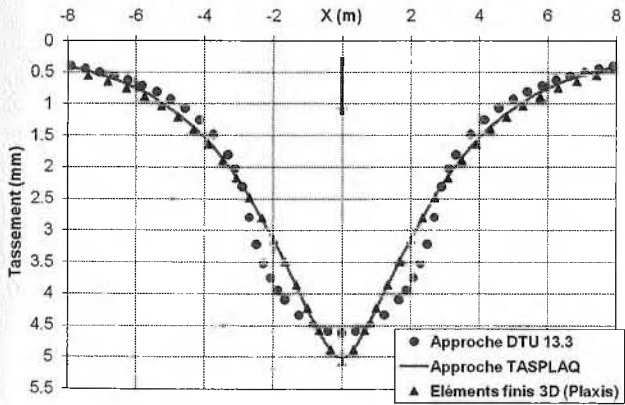


FIG. 27 Cas d'une charge isolée : tassements (axe X'X).
Case of a point load : settlements (X'X axis).

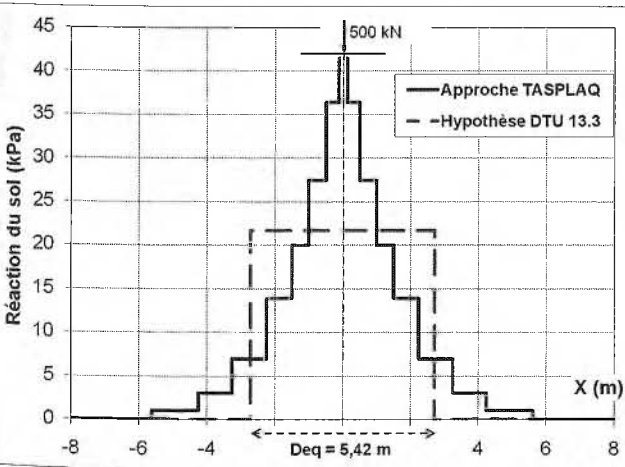


FIG. 28 Cas d'une charge isolée : réaction du sol (axe X'X).
Case of a point load : soil reaction (X'X axis).

issus de TASPLAQ ainsi que ceux obtenus par l'approche du DTU 13.3. Les tassements obtenus par un traitement complet en éléments finis 3D sont également figurés. Ces résultats montrent que la méthode du DTU 13.3 fournit une déformée approchée du dallage avec des tassements légèrement sous-estimés mais du même ordre de grandeur que ceux fournis par TASPLAQ ou PLAXIS 3D.

Au niveau des réactions, la figure 28 montre que l'hypothèse du DTU 13.3, qui considère que la réaction du sol est uniforme sur un disque centré sur la charge, n'est qu'une approximation par rapport au résultat issu d'une approche plus élaborée.

Quant aux sollicitations, on rappelle que pour un calcul de plaque, le cas d'une charge ponctuelle demeure purement théorique ; il conduit en toute rigueur à des valeurs infinies de moment au point d'application de la charge. Une manière usuelle pour simuler ce cas consiste à considérer une diffusion de la charge ponctuelle sur le plan neutre de la plaque, avec un angle de diffusion de 45 degrés, comme le montre la figure 29. Ainsi, sous TASPLAQ ou PLAXIS, la charge concentrée est modélisée comme une charge répartie sur un disque (ou rectangle équivalent) de diamètre égal à l'épaisseur du dallage.

On a représenté sur la figure 30 la variation du rapport M_x/Q au droit de l'axe X'X, ce qui permet d'avoir un résultat indépendant de la valeur de la charge appliquée Q . L'amplitude du moment fournie par l'approche du DTU 13.3 est de $0,125Q$. Cette valeur est deux fois plus faible que celle obtenue par une approche plus élaborée. Le fait que dans le DTU, le calcul des sollicitations soit basé sur la courbure du support, peut expliquer en partie l'écart constaté : la figure 27 montre en effet que la courbure maximale du profil de tassement obtenu par l'approche du DTU est relativement sous-estimée par rapport aux deux autres approches.

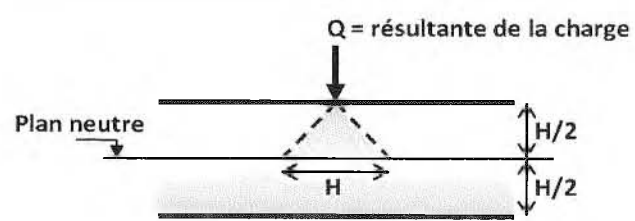


FIG. 29 Diffusion d'une charge concentrée.
Diffusion of a point load.

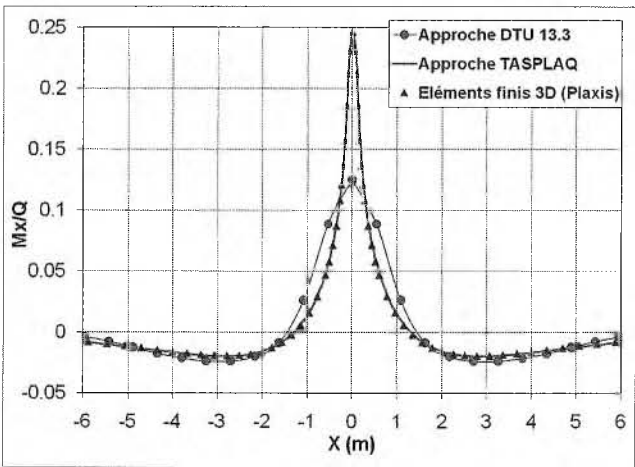


FIG. 30 Cas d'une charge isolée : moment fléchissant M_x (axe X'X).
Case of a point load : bending moment M_x (X'X axis).

Cas de deux charges voisines

On considère à présent le cas de deux charges de 500 kN chacune, espacées de 4 m (Fig. 26). Sur la figure 31, on a représenté les tassements issus des trois approches. On constate que l'approche du DTU aboutit à une allure de tassement sensiblement différente : le tassement maximal est atteint entre les deux charges contrairement à ce qui est obtenu par un calcul plus complet. En effet, l'approche du DTU est basée sur le principe d'un disque d'interaction, associé à chaque charge, et sur lequel la réaction du sol est uniforme. Dans le cas présent, les deux disques d'interaction se superposent (diamètre équivalent égal à 5,42 m supérieur à la distance séparant les deux charges) et créent une zone de réaction cumulée plus forte au milieu, qui ne correspond pas toujours à la réalité (Fig. 32).

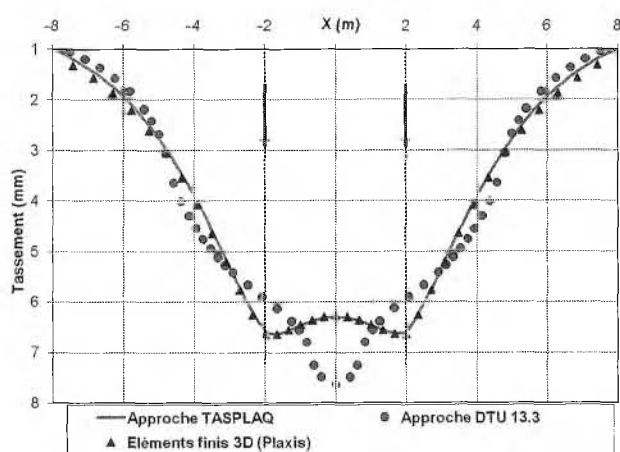


FIG. 31 Cas de deux charges voisines : tassements (axe X'X).

Case of two point loads: settlements (X'X axis).

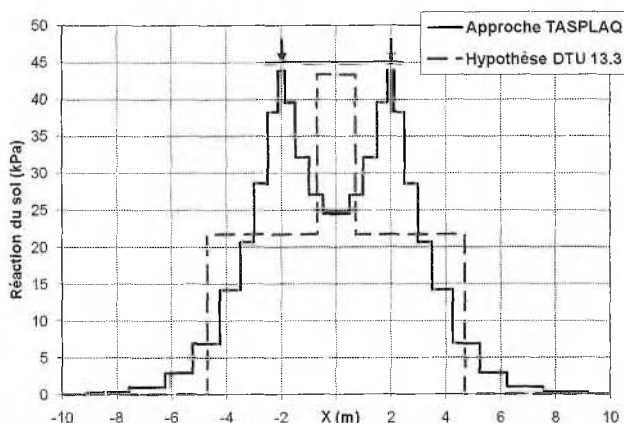


FIG. 32 Cas de deux charges voisines : réaction du sol (axe X'X).

Case of two point loads: soil reaction (X'X axis).

Ces exemples simples sont destinés à illustrer les capacités de la méthode TASPLAQ à traiter les problèmes de dallage, mais également à mettre en lumière les simplifications inhérentes à l'approche simplifiée décrite dans le DTU 13.3, dont il convient que le projeteur soit convenablement averti. A ce propos il peut être rappelé que le DTU 13.3 précise que la méthode simplifiée est à utiliser à défaut de méthodes plus

rigoureuses, éprouvées et scientifiquement justifiées. Si on s'intéresse aux déformations et sollicitations d'origine « mécanique », alors le modèle TASPLAQ a précisément pour vocation de figurer parmi ces méthodes avancées.

9

Extension de la méthode

Dans le cas de dallages par exemple, l'existence d'une couche de forme généralement plus raide en surface peut paraître de nature à limiter la validité du modèle TASPLAQ, du fait de l'inadéquation des formules de Boussinesq dans ce cas précis. L'expérience acquise par les nombreux tests de validation montre néanmoins que, dans une telle situation, la rigidité propre à l'élément de structure (plaque du radier ou dallage) qui vient « coiffer » cette couche peu déformable atténue notablement les écarts en tassement qui seraient obtenus sans cet élément de structure.

Une amélioration de l'approche de base qui a été décrite, permettant de mieux surmonter cette limitation potentielle, est possible par une technique d'homogénéisation. Celle-ci consiste à définir une inertie équivalente de l'ensemble (dallage + couche de forme), puis à traiter le problème de l'appui de cette plaque « homogénéisée » sur les couches sous-jacentes.

Cette fonctionnalité spécifique a également été introduite. L'inertie équivalente qui est définie peut être variable dans le modèle afin de tenir compte de la variation de l'épaisseur du milieu équivalent, notamment au droit des joints. Cette technique conduit effectivement à une déformée plus précise, et il est possible de remonter aux efforts dans la plaque à partir de ceux du milieu équivalent en effectuant une « déshomogénéisation » de celui-ci.

Il convient toutefois de s'assurer de la compatibilité des contraintes de flexion obtenues dans la couche de forme avec les contraintes initiales et/ou les propriétés rhéologiques du matériau qui la constitue.

10

Conclusion

La méthode développée pour l'étude de l'interaction sol-plaque n'est pas, bien entendu, aussi puissante et versatile que celle des éléments finis en trois dimensions. Mais elle présente des avantages décisifs en s'affranchissant du maillage du sol et en limitant l'emprise du modèle à celle des éléments de fondations.

Cette méthode a été basée sur un couplage entre une formulation en éléments finis de plaque et les formules de Boussinesq, et conduit, dans le domaine de sa validité, à des résultats voisins de ceux obtenus par traitement complet en éléments finis 3D. Elle s'applique à tout massif de fondation constitué de couches horizontales, dont le comportement peut être considéré élastique dans la situation de chargement étudiée. De la sorte cette méthode se substitue avantageusement aux méthodes de calcul de plaques sur appuis élastiques en évitant la simplification très critiquée de la proportionnalité réaction-déplacement, et par conséquent l'écueil du choix d'un module de réaction dont chacun sait qu'il n'est caractéristique ni d'un sol ni d'un ensemble sol-structure.

Cette méthode a fait l'objet d'un programme informatique, qui permet de traiter le tassement et la déformée de plaques d'inertie variable, sous chargement ponctuel et/ou réparti. Le modèle a été perfectionné par l'introduction de plusieurs fonctionnalités comme la prise en compte d'une plaque de géométrie quelconque, la modélisation de plusieurs plaques désolidarisées ainsi que la gestion automatique du décollement de la plaque. Il est également possible de prendre en compte, de manière approchée, tout seuil

de plastification prédéfini par l'utilisateur en sous-face de la plaque ou l'influence de l'état initial des contraintes pour traiter d'une fondation placée au fond d'une excavation.

Une extension du domaine d'application via une technique d'homogénéisation est également rendue possible et s'avère intéressante dans le cas particulier d'un massif de fondation comportant une couche de forme raide en surface.

Bibliographie

- Batoz J.-L., Dhatt G. – *Modélisation des structures en éléments finis*. Presses de l'université Laval, édition Hermès, 1990.
- Burland J.B., Brins B.B., De Mello V.F.B. – Behaviour of Foundations and Structures. *Proceedings of the ninth international conference on soil mechanics and foundation engineering*, Tokyo, vol. 2, 1977, p. 495-546.
- Cassan M., Guendon J.-P., Locci J.-M. – Méthode numérique pour l'étude de l'interaction sol-radier. *10^e Conférence européenne de mécanique des sols et des travaux de fondations*, Florence (Italie), vol. 1, 26-30 mai 1991, p. 363-366.
- Combarieu O. – L'usage des modules de déformation en géotechnique. *Revue française de géotechnique*, n° 114, 1^{er} trimestre 2006.
- Norme NFP.11-213, DTU 13.3 – Dallages : conception, calcul et exécution. Partie 1 : cahiers des clauses techniques des dallages à usage industriel ou assimilés.
- Pliskin L. – Dallages industriels sur sol. *Revue française de génie civil*, vol. 3, n° 6, 1999, p. 423-436.
- Potts D., Zdravkovic L. – *Finite element analysis in geotechnical engineering*. Thomas Telford Publishing, 1999.
- Terzaghi K. – *Theoretical soil mechanics – Theory of Semi-infinite elastic solids*. 1943, 2nd edition.
- Vezole P. – Interactions sol structure. Méthode de calcul des pressions normales à l'interface dans quelques cas courants. *Annales de l'ITBTP*, n° 448, octobre 1986.
- Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. – *The finite Element Method*. McGraw-Hill book Company (UK), 1991, 4th edition.